

ALİŞTİRMA SORULARI

A31. Elemanları pozitif olan a_1, \dots, a_n, \dots aritmetik dizisinde

$$\frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{n-1}} + \sqrt{a_n}} = \frac{n-1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_n}}$$

eşitliğini gösteriniz.

A32. n tam ve 1 den büyük bir sayı olduğuna göre

$$\sqrt{1} + \sqrt{2} + \dots + \sqrt{n} < n \sqrt{\frac{n+1}{2}}$$

eşitsizliğini kanıtlayınız.

(Hazırlayan: H. Demir)

A33. Hangi üçgenlerde kenarlar üzerine çizilen karelerin merkezleri doğrudur?

A34. Bir ABCD dik yamuğu veriliyor

($AB \perp BC \perp CD$). Bunun içine, dış teğet doğruları BC, DA olan, birer tabana ve birbirlerine teğet iki çember çiziliyor. $|AD|$ uzunluğunu çemberlerin u, v yarıçapları türünden hesaplayınız.

(Hazırlayan: H. Demir)

A.35 Bir ABCD dışbükey kirişler dörtgeninde bir kenara ait yüksekliği, karşı kenarın ortasından bu kenara dik olarak ulaşan doğru parçası olarak tanımlayalım.

a) Dört yükseklik doğrusu bir H noktasında kesişirler. (H ye dörtgenin ortosantrı diyebiliriz.)

b) Kenar uzunlukları a, b, c, d ve yükseklikleri h_a, h_b, h_c, h_d ise dörtgenin alanı

$$S = \frac{1}{4}(ah_a + bh_b + ch_c + dh_d)$$

dir.

(Hazırlayan: H. Demir)

YARIŞMA SORULARI

Y31. Bir ABC üçgeninin iç teğet çemberi BC, CA, AB doğrularına sırasıyla D, E, F noktalarında değiyor. $EF \cap BC = D'$ ve iç merkez I işe $ID' \perp AD$ olduğunu kanıtlayınız.

Y32. Bir ABCD dışbükey dörtgeninde kenar uzunlukları $a = |AB|$, $b = |BC|$, $c = |CD|$, $d = |DA|$ ve köşegen uzunlukları $e = |AC|$, $f = |BD|$ dir. P, dörtgenin dışında bir nokta ise ortak köşeleri P ve tabanları, dörtgenin kenar ve köşegenleri olan üçgenlerin alanları arasında

$$S_a S_c + S_b S_d = S_e S_f$$

bağıntısının varlığını gösteriniz.

(Hazırlayan: H. Demir)

Y33. Bir ABCD karesi katlanarak A köşesi [BC] üzerindeki bir A' noktasına getirilmiştir. Bu katlamada [AD] kenarı [A'D'] durumunu almışsa ve $AD' \cap CD = E$ ise CEA' üçgeninin r iç yarıçapının [ED'] ye eşit olduğunu gösteriniz.

Y34. Ölçüsü derece türünden tam sayı olan bir açının cetvel ve pergelle çizilebilmesi için gerek ve yeter koşulun, ölçüm açısının 3'ün katı olduğunu kanıtlayınız. (İpucu: $\tan 3^\circ$ yi hesaplayınız).

Y.35 $n > 1$ için $n!$ sayısının tam kare olup olmayacağını araştırınız.

Bu sayıda yer alan problemlere ait çözümlerin 1 Ağustos 1992 tarihinden öne elimizde olacak şekilde gönderilmesi gerekmektedir.

Çözümleri gönderirken lütfen şu noktalara dikkat ediniz:

1. Her sorunun çözümünü ayrı bir kağıda, okunaklı ve anlaşılır bir biçimde yazınız.
2. Kağıdın sağ üst köşesine adınız-soyadınızı adresinizi, ve öğrenci iseniz okulunuzu ve sınıfınızı yazınız.