

SORULAR

Dergimizin bu bölümünde alıştırma ve yarışma soruları bulunacak. Alıştırma sorularından en azından bir kısmının daha kolay olacağını düşünüyoruz. Okuyuculardan bu soruların çözümlerini bize göndermelerini bekliyoruz. Çözüm göndereceklerin öğrenci olması şu ya da bu sınıfta olması gibi bir kısıtlamamız yok. Yarışma sorularının çözümlerinden en çok beğenilenler gelecek sayıda yayınlanacak. Soruyu çözen diğer okurlar da belirtilecek. Bir yıl içinde yaptığı çözümler gözönüne alınarak en başarılı okurlar derginin olanakları ölçüsünde ödüllendirilecek. Alıştırma sorularına verilen ilginç çözümleri de yayınlayacağız.

Haydi kolay gelsin.

ALİŞTİRMA SORULARI

A1. Ünlü Hintli matematikçi Ramanujan tarafından verilen aşağıdaki eşitliği gerçekteyiniz:

$$\sqrt[6]{7\sqrt[3]{20}} - 19 = \sqrt[3]{\frac{5}{3}} - \sqrt[3]{\frac{2}{3}}$$

A2. a ve b gerçel sayılar olduğuna göre,

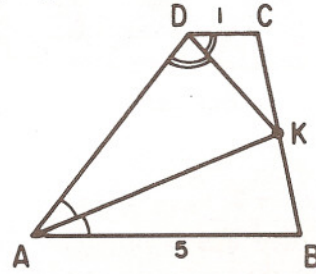
$$(a + b)^2 x^2 - (a + b)^3 x + 2ab(a^2 + b^2) = 0$$

denkleminin gerçel köklerinin varlığını gösteriniz, bu kökler için $x_1 \geq x_2$ olarak x_1 ve x_2 yi belirleyiniz.

A3. Aşağıda çizilmiş yamukta A ve D açılarının açortayları BC üzerinde kesişmektedir. Birbirine paralel kenarların uzunlukları

$$|DC| = 1 \quad \text{ve} \quad |AB| = 5$$

olduğuna göre $|AD|$ uzunluğu kaç birimdir?



A4. a, b ve c pozitif gerçel sayılar ise

$$\frac{bc}{a} + \frac{ca}{b} + \frac{ab}{c} \geq a + b + c$$

olacağını gösteriniz. Eşitliğin olabilmesi için gerek ve yeter koşulun $a = b = c$ olduğunu ispatlayınız.

A5. Her n pozitif tamsayısı için

$$\prod_{k=1}^n \left(1 - \frac{1}{2k}\right) < \frac{1}{\sqrt{2n+1}}$$

olduğunu gösteriniz.

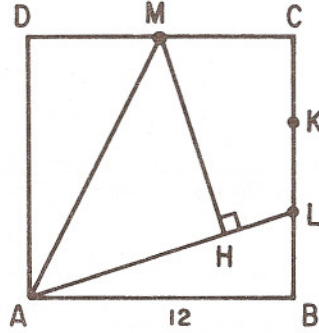
YARIŞMA SORULARI

Y1.
$$\frac{\sqrt{\sqrt[4]{8} + \sqrt{\sqrt{2} - 1}} - \sqrt{\sqrt[4]{8} - \sqrt{\sqrt{2} - 1}}}{\sqrt{\sqrt[4]{8} - \sqrt{\sqrt{2} + 1}}}$$

sayısını a ve n pozitif tamsayı olmak üzere $\sqrt[n]{a}$ biçiminde yazınız.

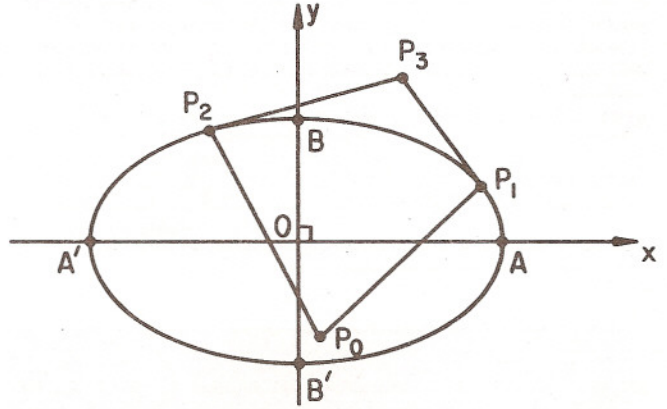
Y2. Şekilde $ABCD$ bir kare olup $|DM| = |MC|$, $|CK| = |KL| = |LB|$ ve $MH \perp AL$ dir.

$AB = 12\text{cm}$ ise $\triangle MAH$ üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?



Y3. $\cos \frac{\pi}{17} \cos \frac{2\pi}{17} \cos \frac{4\pi}{17} \cos \frac{8\pi}{17} = ?$

Y4. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ elipsi veriliyor. Elips üzerinde A, A', B, B' den farklı $P_1(x_1, y_1)$ ve $P_2(x_2, y_2)$ noktaları alınıyor. Bu noktalardaki normallerin kesin noktası $P_0(x_0, y_0)$ ve teğetlerin kesim noktası $P_3(x_3, y_3)$ ise $\frac{x_1 x_2 x_3}{x_0} + \frac{y_1 y_2 y_3}{y_0} = a^2 + b^2$ olacağını gösteriniz. (Hazırlayan: Hüseyin Demir)



Y5. Bir ABC üçgeninin içindeki bir D noktası köşelere birleştirilmiştir. Şekilde belirtilen açılar verilmiş olduğuna göre x açısı kaç derecedir? (Hazırlayan: Hüseyin Demir)

