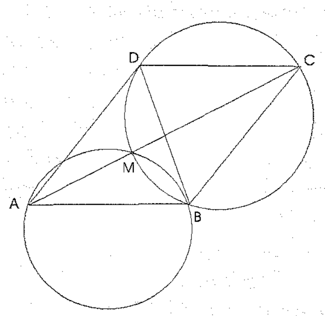
olduğundan,

$$2002^{2002} \equiv 4(mod100)$$

dir, yani 2002^{2002} sayısının son iki basamağı 04 olarak bulunur.

A.252. $ABCD$ paralelkenarında AC köşegeni BD köşegeninden daha uzundur. $BCDM$ bir kirişler dörtgeni olacak şekilde AC köşegeni üzerinde bir M noktası alınmıştır. BD doğrusunun, $\overset{\triangle}{ABM}$ ve $\overset{\triangle}{ADM}$ üçgenlerinin çevrel çemberlerine teğet olduğunu kanıtlayınız.



Çözüm. $m(\widehat{BAM}) = m(\widehat{MCD}) = \frac{1}{2}(\widetilde{DM}) = m(\widehat{MBD})$ olduğundan $m(\widehat{MBD})$, $\overset{\triangle}{AMB}$ üçgeninin çevrel çemberinin $\widetilde{MB}$ yayının değerinin yarısına eşittir. Dolayısıyla BD doğrusu bu çembere teğettir. Benzer şekilde BD'nin diğer çembere de teğet olduğu gösterilebilir.

A.253. 4x4 boyutlu bir satranç tahtasının karelerine, hepsi aynı zamanda 0 olmayacak şekilde öyle sayılar yazınız ki, her sayı komşusundaki sayıların toplamına eşit olsun (bir ortak kenara sahip karelere komşu denir).

Çözüm.

0	1	1	0
-1	0	0	-1
-1	0	0	-1
0	1	1	0

A.254. Her a, b, c pozitif sayıları için

$$a^4 + b^4 + c^2 \geq 2\sqrt{2}abc$$

eşitsizliğinin doğru olduğunu kanıtlayınız.

Çözüm. Aritmetik ve Geometrik ortalama arasındaki eşitsizliği art arda iki kez kullanarak $a^4 + b^4 \geq 2a^2b^2$ ve

$$2a^2b^2 + c^2 \geq 2\sqrt{2a^2b^2c^2} = 2\sqrt{2}abc$$

eşitsizliklerini, burdan da $a^4 + b^4 + c^2 \geq 2\sqrt{2}abc$ eşitsizliğini elde ederiz.

A.255. 1997-2001 yıllarında inceleme yapan bir meteoroloji uzmanı her günü soğuk, serin veya sıcak diye kaydetmiş. Bu yılların birinde serin günler soğuk günlerden, sıcak günler de serin günlerden aynı sayı kadar fazla olmuş. Bu hangi yıldı?

Çözüm. Sözü geçen yıldaki soğuk günlerin sayısını k, serin günlerin sayısını m, sıcak günlerin sayısını da n ile gösterelim. O halde, $m - k = n - m$, buradan da $n + k = 2m$. Dolayısıyla bu yıldaki günlerin sayısı $n+k+m = 2m+m = 3m$, yani 3'ün katıymış. Bu da sadece artık yıllarda (366 gün) doğrudur. 1997-2001 arasında tek artık yıl vardır: 2000 yılı.

Y.251. n ve b pozitif tam sayıları için $V(n,b)$ ile n sayısının, her çarpan b'den büyük olacak şekilde çarpanlara ayrılma sayısını gösterelim. (örneğin, $48 = 3 \cdot 16 = 4 \cdot 12 = 3 \cdot 4 \cdot 4 = 6 \cdot 8$ olduğundan $V(48,2) = 5$'dir). Her n ve b pozitif tam sayıları için $V(n,b) < \frac{n}{b}$ olduğunu gösteriniz.

Çözüm. $n = 1$ ve her $b \geq 1$ için $V(1,b) = 0 < \frac{1}{b}$'dir. Herhangi n aldığımızda her $b \geq n$ için $V(n,b) = 0 < \frac{n}{b}$'dir. Tümevarım uygulayalım. Tüm $n < k$ sayıları (b ne olursa olsun) ve $n = k$ durumunda tüm $b > i$ sayıları için $V(n,b) < \frac{n}{b}$ olduğunu varsayarak $V(k,i) < \frac{k}{i}$ olduğunu gösterelim(böylece, tümevarımda n artıyor, b ise azalıyor). k sayısının, $(i+1)$'den büyük olan sayıların çarpımına ayrılma sayısı, tümevarımın varsayımından dolayı $\frac{k}{i+1}$'den küçüktür. k sayısı $(i+1)$'e bölünmüyorsa, $V(k,i) = V(k,i+1) < \frac{k}{i+1} < \frac{k}{i}$'dir. k sayısı $(i+1)$'e bölünüyorsa, $k = (i+1).m_2.m_3...m_s$ şeklindeki çarpanlara ayrılma

($m_t > i$) sayısı, $\frac{k}{i+1} = m_2.m_3...m_s$ şeklindeki ayrılma ($m_t > i$) sayısına eşittir. Varsayımdan $V(\frac{k}{i+1}) < \frac{k}{(i+1)i}$ elde ederiz.Dolayısıyla,

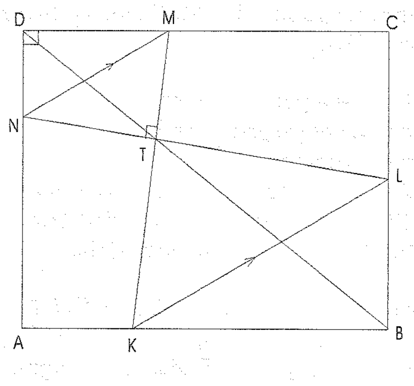
$$V(k,i) = V(k,i+1) + V(\frac{k}{i+1}, i) < \frac{k}{i+1} + \frac{k}{(i+1)i}$$

$$= \frac{k}{i}$$

'dir.

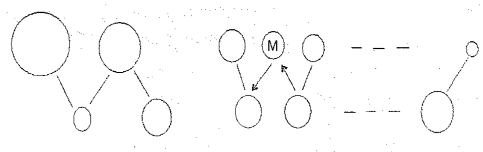
Y.252. $ABCD$ dikdörtgeninin AB, BC, CD, DA kenarları üzerinde sırasıyla K, L, M, N noktaları verilmiştir. $KL||MN$ ve $KM \perp LN$ olduğu bilinir. KM ve LN doğru parçalarının kesişim noktasının BD köşegeni üzerinde bulunduğunu gösteriniz.

Çözüm. $[MK] \bigcap [LN] = T$ olsun. $m(\widehat{NDM}) + m(\widehat{MTD}) = 180°$ olduğundan MDNT kirişler dörtgenidir,
dolayısıyla $m(\widehat{NDT}) = m(\widehat{NMD})$'dir. Benzer şekilde $s(\widehat{LTB}) = s(\widehat{LKB})$'dir. $KB||MD$ ve $KL||NM$ olduğundan $s(\widehat{NTD}) = s(\widehat{NMD}) = s(\widehat{LKB}) = s(\widehat{LTB})$'dir. Dolayısıyla, D,T,B noktaları aynı doğru üzerindedir.



Y.253. Ağırlıklarına gore sıralanmış 100 tane gümüş parçası ve yine ağırlıklarına göre sıralanmış 101 tane altın parçası verilmiştir. Bütün parçaların ağırlıkları farklıdır. Çift kollu teraziyi kullanarak en az kaç tartıyla ağırlığına göre 101. sırada bulunan parça bulunur?

Çözüm. Altın parçalarını, ağırlıklarının azalma sırası ile, gümüş parçalarını da bunun altında artma sırası ile yerleştirerek, şekildeki gibi komşu parçalarını doğru parçaları ile birleştirelim.



A parçası B parçasından daha ağırsa, bunu $A \rightarrow B$ şeklinde okla gösterelim. Herhangi parçayı aldığımızda bundan soldaki üst sıradaki parçalarla, bundan sağdaki alt sıradaki parçaların toplam sayısı 100'dür. Dolayısıyla aradığımız 101. sıradaki M parçasının solundaki tüm parçalar aşağıya, bu parçanın sağındaki tüm parçalar yukarıya doğru yönelmiş olacak. Önce tam ortadaki iki doğru parçasından birini kontrol ediyoruz (uçlarındaki altın ve gümüş parçalarını alıp tartıyoruz). Bu doğru parçası aşağıya yönelmişse, bundan soldaki tüm doğru parçaları aşağıya yönelmiştir. Tersine, bu doğru parçası yukarıya yönelmişse,bundan sağdaki tüm doğru parçaları yukarıya yönelmiştir. İkinci adımda yönleri bilinmeyen kısmın ortasındaki doğru parçasını (2 taneyse bunlardan birini) alıp, aynı işlemi yapıyoruz. 8 adımdan sonra tüm doğru parçaları yönlenmiş olacak ve biz M'yi bulacağız. Daha az adımda kesin olarak M'yi bulmak mümkün değildir, çünkü 201 tane M adayı bulunur,8'den daha az sayıda tartı yaptığımızda en fazla
$2^7 = 128$ değişik sonuç olabilir.

Y.254. Her $a > 1$ ve $b > 1$ sayıları için

$$\frac{a^2}{b-1} + \frac{b^2}{a-1} \geq 8$$

eşitsizliğinin doğru olduğunu gösteriniz.

Çözüm. Aritmetik ve Geometrik Ortalama arasındaki eşitsizlikten

$$\frac{a^2}{b-1} + \frac{b^2}{a-1} \geq$$

$$2\sqrt{\frac{a^2}{b-1}\frac{b^2}{a-1}} = 2\frac{a}{\sqrt{a-1}}\frac{b}{\sqrt{b-1}}$$

eşitsizliğini elde ederiz. Şimdi her $x > 1$ için $\frac{x}{\sqrt{x-1}} \geq 2$ eşitsizliğinin doğru olduğunu göstermemiz yeterli olacak. Son eşitsizlik $x^2 \geq 4(x-1)$ eşitsizliğine, bu da her x için doğru olan $(x-2)^2 \geq 0$ eşitsizliğine denktir.

Y.255. 1'den farklı ve 2002'den küçük ve ikişer ikişer aralarında asal olan 15 tane pozitif tam sayıdan en az birinin asal olduğunu kanıtlayınız.

Çözüm. Verilen sayılar $n_1, n_2, ..., n_{15}$ ve bunlar en küçük asal çarpanları sırasıyla $p_1, p_2, ..., p_{15}$ olsun. Bu asal sayıların en büyüğü p ise, $p \geq 47$'dir (asal sayıları sıraladığımızda 15. sayı 47 olacak). Verilen sayıların hiçbiri asal olmazsa, en küçük asal çarpanı $p = p_i$ olan n_i sayısı için $n_i^2 \geq p_i^2 \geq 47^2 > 2002$ elde ederiz. Çelişki!

POPÜLER MATEMATİK KİTAPLARI

Yayın dünyasında popüler matematik kitaplarının sayısının hızla artması ve okuyucuların bu kitapları takip etmekte zorlanmaları nedeniyle bu sayımıza geniş bir kitap listesini koymaya karar verdik. Aşağıdaki listenin tam olmadığından eminiz. Herkese iyi okumalar diliyoruz (MD).

1. Papağan Teoremi, Denis Guedj, Güncel Yayıncılık
2. Sayı Şeytanı, Hans Magnus Enzensberger, Can Yayınları (Bu kitap İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü Matematik Topluluğunca oyunlaştırılıp sahneye konuldu)
3. Sayıların Gizemi, Annemarie Schimmel, Kabalcı Yayınevi
4. Asal Gerilim, T.S.Kuhn, Kabalcı Yayınevi
5. Matematik ve Korku, Ali Nesin, Amaç ve Bilgi Üniv.
6. Matematik ve Doğa, Ali Nesin, Düşün ve Bilgi Üniv.
7. Matematik ve Oyun, Ali Nesin, Düşün ve Bilgi Üniv.
8. Matematikle Başarıyı Yakalamak, George Shafener, Gün Yayıncılık
9. Bil Bakalım, Y.B.Chernyak-R.M.Rose, Sarmal Yayınevi
10. Kısa Matematik Tarihi, D.J.Struik, Sarmal Yayınevı
11. Matematiğin Gizli Dünyası, D.Wells, Sarmal Yayınevi
12. Geometrinin Gizli Dünyası, D.Wells, Sarmal Yayınevi
13. Düşünme Kulesi, Selçuk Alsan,Sarmal Yayınevi
14. Gödel Kanıtlaması, E.Nagel-J.R.Newman, Sarmal Yayınevi
15. Matematik ve Mizah, J.A. Paulos, Sarmal Yayınevi
16. Doğanın Sayıları, I.Stewart, İzdüşüm Yayınları
17. Matematiksel Düşünme, Cemal Yıldırım, Remzi Kitapevi
18. Bilim Tarihi,Cemal Yıldırım, Remzi Kitapevi
19. Bilim Felsefesi,Cemal Yıldırım, Remzi Kitapevi
20. Kaos ve Düzen, F.Cramer, Alan yayıncılık
21. Akla Veda, P.Feyerabend, Ayrıntı Yayıncılık
22. Uzay, Zaman, Özdek I, Maxwell-Einstein-Schröndinger-Born, İdeo
23. İlimlerin Sayımı, Farabi, vadi yayıncılık
24. Nasıl Çözmeli, G. Polya, Sistem yayıncılık
25. Vahşi Sayılar, P. Schogt, Güncel Yayıncılık
26. Matematik Tarihi, R. Mankiewicz, Güncel Yayıncılık
27. Matematik Masalları, A. Herscovici, Güncel Yayıncılık
28. Mantık ve Olasılık, Colin Bruce, Güncel Yayıncılık
29. Matematiğin Aydınlık Dünyası, Sinan Sertöz, TÜBİTAK
30. Bir Matematikçinin Savunması, G.H.Hardy, TÜBİTAK
31. Matematik Sanatı, J.P.King, TÜBİTAK
32. Rakamların Evrensel Tarihi (VIII. cildi basıldı), G.Ifrah, TÜBİTAK

33. Değiştiren Beş Denklem, M.Guillen, TÜBİTAK
34. Bir Sayı Tut, M.E.Lines, TÜBİTAK
35. Raslantı ve Kaos, D.Ruelle, TÜBİTAK
36. Kaos, J.Gleick, TÜBİTAK
37. Dr. Ecco'nun Şaşırtıcı Serüvenleri, D.Shasho, TÜBİTAK
38. Bilimin Öncülleri, Cemal Yıldırım, TÜBİTAK
39. Gündelik Bilmeceler, P.Ghose-D.Home, TÜBİTAK
40. Büyük Çekişmeler, H.Hellman, TÜBİTAK
41. Bilim İş Başında, J.Lenihan, TÜBİTAK
42. Galileo'nun Buyruğu, E.B.Bolles, TÜBİTAK
43. Analiz ve Cebirde Olimpiyat Soru ve Cevapları, H.İ.Karakaş-İ.Aliev, TÜBİTAK
44. Sayılar Teorisinde İlginç Problemleri ve Çözümleri, H.İ.Karakaş-İ.Aliev, TÜBİTAK
45. 34. Matematik Olimpiyadı, TÜBİTAK

YAZARLARA

Dergimiz matematiğe ilgi duyan herkesi yazar kadrosuna kabul etmektedir. Yayınlanacak yazıların matematik ile ilgili olması dışında herhangi bir kısıtlama yoktur. Fikir vermesi açısından şu konuları sıralayabiliriz:

* Konu sunuşları.

* Matematiksel düşüncenin değişik alanlardaki uygulamalarını vurgulayabilecek yazılar.

* Yıllardır çözüm bekleyerek ya da henüz çözülmemiş ünlü problemlerin tanıtımı.

* Matematiğe ilgi duyan öğrencilerin kendilerini aşmasına yardımcı olabilecek problemler.

* Matematiksel kavramlar tarihi ve matematikçilerle ilgili yazılar.

* Daha sağlıklı bir müfredat programını oluşturmaya yönelik inceleme, eleştiri ve alternatif öneriler.

* Matematik dünyasından güncel haberler.

Gönderilen yazılar aynen yayınlanabileceği gibi bütünlüğü bozmayacak bazı değişikliklerle de yayınlanabilir. Şimdilik olanaklarımız yazarlara telif ücreti ödemeye elverişli değildir. Bu nedenle anlayışla karşılanacağımızı umuyoruz. Gönderilecek yazıların bilgisayar ortamında yazılmış olması (Latex, Word, Scientific Work-Place), düzgün ve tam cümlelerle, Türkçe dilbilgisi kurallarına uyularak yazılması, beş sayfayı geçecek yazılarda bölme noktası belirtilmesi gerekmektedir. Yazılar ya bir adet yazıcıdan çıkmış örneği ve bir 3.5 inc'lik diskete kayıt edilmiş olarak

Matematik Dünyası
İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü,
Matematik Bölümü, 35435
Gülbahçe-Urla,İZMİR

adresine posta ile gönderilmeli, ya da *mdunyasi@galois.iyte.edu.tr* adresine elektronik posta ile gönderilmelidir.