

MİKROBİLGİSAYARDA ARİTMETİK (II)

Timur Karaçay
Eskişehir Üniversitesi, ANKARA

(Geçen sayıdan devam)

Örnekler:

Sayı	Birler Tümleneni	İkiler Tümleneni
0101	1010	1011
101010	010101	1100
1010100	0101011	0101111

Çarpma işlemi ardışık toplamlarla, bölme işlemi ise ardışık çıkarmalarla yapılabilir. Bu işleri hızlı yapmak için, almaçtaki basamakların sola ya da sağa kaydırılması pratik bir uygulamadır. Yerimiz elvermediği için, bu ayrıntılara burada giremeyeceğiz. Aritmetik ve mantık işlemlerini yapmak için, özel devreli çiplerin yapıldığını da söylemek gerekir. Tabii, bütün bu tasarımlar ikili sayıtlama dizgesindeki aritmetiğe, yani matematiğe dayalıdır.

8-bitlik yazmaca (register) sahip bir mikrobilgisayarda işaretli sayıların nasıl yazıldığını inceleyelim. 8-bitlik bir yazmaca (register), haneler sağdan sola doğru

7	6	5	4	3	2	1	0

diye numaralanır. 7-inci hane işaret hanesidir. Pozitif sayılar için 0, negatif sayılar için 1 değerini alır. Buna göre, 8-bitlik bir yazmaca sığabilecek en büyük pozitif tamsayı

$$0111\ 1111 = 2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0 = 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = +127$$

dir. İşaretli sayıların 8-bitlik bir yazmaca temsil edilme biçimleri aşağıdaki tabloda gösterilmiştir. Pozitif sayılar olduğu gibi yazılır, negatif sayılar ise ikilere tümleneni biçimleriyle yazılır.

Decimal	Yazmacadaki Temsili	Açıklama
+127	0111 1111	İkili Temsil
+126	0111 1110	İkili Temsil
...
+8	0000 1000	İkili Temsil
+7	0000 0111	İkili Temsil
+6	0000 0110	İkili Temsil
+5	0000 0101	İkili Temsil
+4	0000 0100	İkili Temsil
+3	0000 0011	İkili Temsil
+2	0000 0010	İkili Temsil
+1	0000 0001	İkili Temsil
+0	0000 0000	İkili Temsil
-1	1111 1111	İkilere Tümleneni
-2	1111 1110	İkilere Tümleneni
-3	1111 1101	İkilere Tümleneni
-4	1111 1100	İkilere Tümleneni
-5	1111 1011	İkilere Tümleneni

-6	1111 1010	İkilere Tümlenyeni	
-7	1111 1001	İkilere Tümlenyeni	
-8	1111 1000	İkilere Tümlenyeni	
...	
-127	1000 0001	İkilere Tümlenyeni	
-128	1000 0000	İkilere Tümlenyeni	

Bu tabloyu kullanarak, çıkarma işlemini, çıkan sayının ikilere tümlenyeniyle toplama işlemine dönüştürebiliriz. Böylece, çıkarma işlemini yapan devrenin olmayışının yarattığı eksiklik kolayca giderilmiş olur.

Örnek :

$$\begin{array}{r}
 +5 \\
 +3 \\
 \hline
 +8
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 0000\ 0101 \\
 0000\ 0011 \\
 \hline
 0000\ 1000
 \end{array}$$

Örnek :

$$\begin{array}{r}
 +7 \\
 -3 \\
 \hline
 +4
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 0000\ 0111 \\
 1111\ 1101 \\
 \hline
 1\ 0000\ 0100
 \end{array}$$

İkili temsilde yazmacı taşan en soldaki 1 sayacı atılır.

Örnek :

$$\begin{array}{r}
 +3 \\
 -8 \\
 \hline
 -5
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 0000\ 0011 \\
 1111\ 1000 \\
 \hline
 1111\ 1011
 \end{array}$$

Örnek :

$$\begin{array}{r}
 -2 \\
 -5 \\
 \hline
 -7
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 1111\ 1110 \\
 1111\ 1011 \\
 \hline
 1\ 1111\ 1001
 \end{array}$$

İkili temsilde yazmacı taşan en soldaki 1 sayacı atılır.

Örnek :

$$\begin{array}{r}
 +8 \\
 -5 \\
 \hline
 +3
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 0000\ 1000 \\
 1111\ 1011 \\
 \hline
 1\ 0000\ 0011
 \end{array}$$

İkili temsilde yazmacı taşan en soldaki 1 sayacı atılır.

Örnek :

$$\begin{array}{r}
 +2 \\
 -6 \\
 \hline
 -4
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 0000\ 0010 \\
 1111\ 1010 \\
 \hline
 1\ 1111\ 1100
 \end{array}$$

İkili temsilde yazmacı taşan en soldaki 1 sayacı atılır.

Örnek :

$$\begin{array}{r}
 +89 \\
 -46 \\
 \hline
 +4
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 0101\ 1001 \\
 1101\ 0010 \\
 \hline
 1\ 0010\ 1011
 \end{array}$$

İkili temsilde yazmacı taşan en soldaki 1 sayacı atılır.

Örnek :

$$\begin{array}{r}
 +20 \\
 -60 \\
 \hline
 -40
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 0001\ 0100 \\
 1100\ 0100 \\
 \hline
 1\ 1101\ 1000
 \end{array}$$

İkili temsilde yazmacı taşan en soldaki 1 sayacı atılır.

Aşağıdaki tabloda sayıtlama dizgelerinin sayakları listelenmiştir.

Hexadecimal	Decimal	Octal	Binary
0	0	0	0000
1	1	1	0001
2	2	2	0010
3	3	3	0011
4	4	4	0100
5	5	5	0101
6	6	6	0110
7	7	7	0111
8	8	10	1000
9	9	11	1001
A	10	12	1010
B	11	13	1011
C	12	14	1100
D	13	15	1101
E	14	16	1110
F	15	17	1111

Sayıtlama Dizgelerinin Karşılaştırılması

Octal ve hexadecimal sayıları binary gösterimlerinde kolay okuyup yazmak için onları, sırasıyla 3'erli ve 4'erli gruplara ayırmak uygun olur.

Örnek :

Octal dizgedeki $(6754)_8$ sayısının binary temsili 11011101100 dir. Bunu kolay yazmak için, binary temsilini, sağdan başlayarak 3'erli gruplara ayıralım.

110	111	101	100	=	6754_8
6	7	5	4		

olur.

Örnek :

Hexadecimal dizgedeki $(DEC)_{16}$ sayısının binary temsili 11011101100 dir. Bunu kolay yazmak için, binary temsilini, sağdan başlayarak 4'erli gruplara ayıralım.

1101	1110	1100	=	DEC_{16}
D	E	C		

olur.

Sekizli (octal) ve onaltılı (hexadecimal) sayıların gösterimi

$2^3 = 8$ ve $2^4 = 16$ olduğu ve ana bellekte adres büyüklükleri 8 ya da 16 bit'ten oluştuğu zaman, sekizli ve onaltılı sayıların ikiliye dönüşümü ve ikiliden bunlara dönüşüm pratik bir rol oynar. Bu dönüşümü kolaylaştırmak için, sayıların ikili gösterimlerini, sırasıyla, 3'erli ve 4'erli hanelere ayırmak uygun olur.

Örnek:

$(26153.7406)_8 = (10\ 110\ 001\ 101\ 011\ 111\ 100\ 000\ 110)_2$
2 6 1 5 3 7 4 0 6

Örnek: İkiliden onaltılıya dönüşüm.

$(10\ 1100\ 0110\ 1011\ 1111\ 0010)_2 = (2C6B.F2)_{16}$
2 C 6 B F 2

Örnek: Sekizliden ikiliye dönüşüm.

$(673.124)_8 = (110\ 111\ 011\ 001\ 001\ 010\ 100)_2$
6 7 3 1 1 2 4

Örnek: Onaltılıdan ikiliye dönüşüm.

$(306.D)_{16} = (0011\ 0000\ 0110\ 1101)_2$
3 0 6 D

BCD Sayıları

Dönüşüm kolaylığı nedeniyle, binary sayılar, çoğu kez, hexadecimal dizgede temsil edilirler. Binary temsilden decimal temsile dönüşüm uzun işlemler gerektirir. Bu nedenle, dönüşümü kolaylaştıran bir kodlama dizgesi kullanılır. Adına BCD (Binary Coded Decimal) denilen bu dönüşüm tablosu aşağıda verilmiştir. En yaygın kullanılanı 8421 BCD Kodlama Tablosudur.

8421 BCD Kodlama Tablosu

Decimal	BCD			
	8 ler	4 ler	2 ler	1 ler
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1

Örnek:

Yukarıdaki tabloyu kullanarak 3691 sayısını decimalden BCD ye dönüştürünüz.

3 6 9 1
0011 0110 1001 0001

Örnek:

Yukarıdaki tabloyu kullanarak 1000 0000 0111 0010 sayısını BCD den decimale dönüştürünüz.

1000 0000 0111 0010
8 0 7 2

Alıştırmalar

- Aşağıda 10-lu dizgeden BCD ye yapılan dönüşümlerin doğruluğunu sağlayınız.
 - 39 = 0011 1001
 - 40 = 0100 0000
 - 82 = 1000 0010
 - 65 = 0110 0101
 - 17 = 0001 0111
 - 99 = 1001 1001
- Aşağıda BCD den 10-lu dizgeye yapılan dönüşümlerin doğruluğunu sağlayınız.
 - 1000 0000 = 80
 - 1001 0010 = 92
 - 0100 0011 = 43
 - 0000 0001 = 1
 - 0111 0110 = 76
 - 0101 0101 = 55