

DOKUZ NOKTA ÇEMBERİ

Svetlana Gadetska

Ukrayna Bankacılık Akademisi, Kharkov Şubesi, Kharkov, UKRAYNA

Halide Sagıdova

247 sayılı okul, Nesimi Bölgesi, Bakü, AZERBAYCAN

GİRİŞ

Eski zamanlarda matematik denildiğinde geometri anlaşılıyordu. Son yüzyılda matematiğin çok çeşitli dallarının ortaya çıkmasına rağmen geometri çağdaş matematikte önemini korumaktadır.

Eski zamanlardan beri ilgilenen her kişiyi büyüleyen çok sayıda geometrik problem bilinmektedir. Kübün üç katı büyütülmesi, açının üç eşit parçaya bölünmesi ve bir dairenin alanına eşit karenin bulunması gibi, ünlü geometrik çizim problemlerini çözme çabası matematiğin yeni dallarının ortaya çıkmasına neden oldu.

19. asırda yapılan birçok ciddi incelemeler sonucu klasik noktalar, doğrular ve çemberlere yenileri eklendi.

Biz bu yazıda Euler doğrusu ve dokuz nokta çemberinden bahsedeceğiz.

EULER DOĞRULARI

Bir üçgenin kenarlarının orta noktalarını birleştirdiğimizde elde edilen üçgene, o üçgenin orta üçgeni diyelim. Şekil 1'deki $A_1B_1C_1$ üçgeni ABC üçgeninin orta üçgenidir. Bu üçgenlerin elemanları arasındaki bazı bağıntıları görelim.

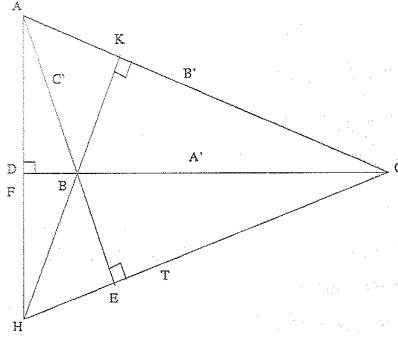
ABC üçgeninin ağırlık merkezini R ile, diklik merkezini H ile, çevrel çemberinin merkezini O ile gösterelim. O noktası aynı zamanda $A_1B_1C_1$ üçgeninin diklik merkezidir.

$A_1B_1C_1$ paralelkenar olduğundan, $[AA_1]$ ve $[B_1C_1]$ köşegenlerinin P kesişim noktası bu köşegenleri yarıya böler, dolayısıyla $A_1B_1C_1$ üçgeninin $[A_1P]$ kenarortayı, ABC üçgenin $[AA_1]$ kenarortayı üzerinde Benzer şekilde $A_1B_1C_1$ üçgeninin diğer kenarortaylarının da ABC üçgeninin karşılık gelen kenarortayları üzerinde olduğu görülür. Böylece R noktası, $A_1B_1C_1$ üçgeninin de ağırlık merkezidir. ABC ve $A_1B_1C_1$ üçgenlerinin benzerlik oranı 2:1 olduğundan, $|AH| = 2|A'O|$ ve $|AR| = 2|A'R|$ dir. $[BC]$ kenarına ait yükseklik $[AD]$ olsun. AD ve $A'O$ doğrularının paralellüğünden, AHR ve $A'OR$ üçgenlerinin Kenar-Açı-Kenar (K.A.K.) benzerlik teoreminden 2:1 oranıyla benzer olduğunu, buradan da \widehat{ARH} ve $\widehat{A'RO}$ açılarının eşit olduğunu elde ediyoruz. Dolayısıyla H, R, O noktaları doğrusaldır. Ayrıca $|HR| = 2|RO|$ olduğundan, bu da R noktasının H ve O noktalarının arasında bulunduğunu göstermektedir.

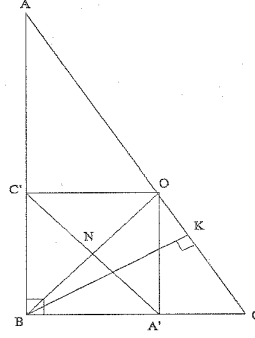
Böylece, aşağıdaki teoremi kanıtladık.

Teorem 1. Her hangi bir üçgenin ağırlık merkezi, diklik merkezi ve çevrel çemberinin merkezi doğrusaldır. Ağırlık merkezi, diklik merkezi ile çevrel çemberinin merkezi arasındaki uzaklığı 2:1 oranında böler. \square

Teoremden sözü geçen bir üçgenin ağırlık merkezi, diklik merkezi ve çevrel çemberinin merkezinin üzerinde yer aldığı doğruya Euler doğrusu denir.



Sekil 2



Sekil 3

Aşağıdaki dört problem ise okuyuculara alıştırma olarak verilmiştir.

Dokuz nokta teoremi hakkında daha fazla bilgi için kaynakçada belirtilen kitablara bakabilirsiniz.

PROBLEMLER

1. Geniş açılı üçgen için Teorem 2'yi detaylı şekilde kanıtlayınız.
2. Dik üçgen için Teorem 2'yi detaylı şekilde kanıtlayınız.
3. ABC üçgeninin iç açıortaylarını, çevrel çemberi D, E, F noktalarında kesene kadar uzatalım. Açı ortaylarının kesişim noktası L olmak üzere, $[AL], [BL], [CL], [DL], [EL], [FL], [DE], [EF], [DF]$ doğru parçalarının orta noktalarının aynı çember üzerinde bulunduğunu kanıtlayınız.
4. Bir kirişler dörtgenin köşegenleri birbirine dik ise, bunun kenarlarının orta noktaları ve köşegenlerin kesişim noktasından kenarlara inilen dikmelerinin ayakları aynı çember üzerindedir. Kanıtlayınız.

Kaynakça

1. H.S. Coxeter, S.L. Greitzer. Geometry Revisited. Mathematical Assn. of America, New-York
2. H.S. Coxeter. Introduction to Geometry. 2-nd Ed., J.Wiley&Sons, 1989