

EUCLİDES 'İN "ELEMENTLER" İ

Metehan Aydın

Özel Samanyolu Lisesi, ANKARA

Eski Yunanlılar için matematik öncelikle geometri demektir: Onların matematiksel düşünceye katkıları en başta geometride kendini gösterir. Euclides sistemi bunun somut bir örneğidir.

Bu noktada akla şöyle bir soru gelebilir: Yunanlıların geometride tanık olduğumuz büyük başarısı, neden sayısal ilişkileri içeren aritmetik ve cebirde kendini göstermez? Bu sorunun kesin yanıtını bilmiyoruz. Ancak, Pythagorasçılarının irrasyonel sayıları tüm çabalarına karşın tamsayı olarak gösterememelerinde nedeni arayanlar vardır. Onları tedirginliğe iten bu tür bir güçlük geometride ortaya çıkmamıştır.

Yunan öncesi dönemin özelliği sınama-yanılma yöntemine dayalı ampirik bilgi düzeyinde kalmış olmasıdır. Babilliler gibi Mısırlılar da daha çok yaşamın pratik ihtiyaçlarından kaynaklanan ölçme ve hesaplama işlemlerini geliştirme ve kullanma çabası içindeydiler. Yunanlıların her iki kültür çevresinin birikimlerinden önemli ölçülerde yararlandıklarını biliyoruz. Ne var ki, onlar aldıklarıyla yetinmediler. Bir kez Yunanlıların matematikteki ilgisi, felsefede olduğu gibi, pratik olmaktan çok teorik nitelikte idi: Bilgide kesinlik arıyorlardı; açıklamak ve anlamak başlıca kaygılarıydı. Geometriyle, işe yaradığı için değil; bilme, öğrenme ve anlama tutkularını doyurmak için uğraşıyorlardı. Onlar için geometri uzaysal ilişkilerin bilimidir - üstelik diğer alanların elvermediği sıkı düşünme ve ispatlama yöntemini içeren bir bilim! Pythagoras ve ondan esinlenen Platon'un gözünde geometrinin önemi entellektüel bir disiplin olmasındaydı. Soyut ve katıksız niteliğiyle matematik, özellikle ispata dayanan geometri, metafizik düşünce gibi insan kafasının, değeri kendi içinde olan bir üründü.

Euclides'in "Elementler" i diye bilinen ünlü yapıt (M.Ö. 300) geometride doruğa erişen Yunan matematik düşüncesini örneklemektedir. Yüzyıllar boyunca insan düşüncesinin "yetkin" bir ürünü olarak etkisini sürdüren bu yapıtta, daha önceki dönemlerin buluş ve birikimlerinin mantıksal bir düzenlemesini bulmaktayız. "Elementler", klasik ve ortaçağlarda olduğu gibi, Yeni ve Yakın Çağlarda da (XIX. yüzyılın sonlarına dek) tüm yüksek öğrenim kurumlarında rakipsiz ders kitabı olarak okutulmuştur. Daha da önemlisi, Euclides'in geometride ortaya koyduğu aksiyomatik sistemin tüm diğer bilimler için özenilen bir model oluşturmuş olmasıdır.

Bu başarılı modelin mimarı Euclides'in kendisine ilişkin bilgimiz yok denecek kadar azdır. Bu konuda Proclus'tan sadece şunları öğreniyoruz:

Euclides "Elementler" adlı yapıtını, Eudoxus'un ispatladığı teoremleri bir araya getirerek oluşturmuştur. Aslında onun başarısı yeni teoremler bulmasında değil, kendisinden önce ortaya konmuş teoremleri mantıksal ilişkileri içinde özgün bir biçimde sunmasındadır. Doğum ve ölüm yılları kesinlikle bilinmemekle birlikte, yaşamının *Ptolemy I* dönemine rastladığı söylenebilir. Bu dönemden hemen sonra yaşayan *Archimedes*, Euclides'ten söz etmektedir. Gene, söylentiye göre, *Ptolemy I*, ünlü geometriye zor bulduğu "Elementler" i okumaksızın geometriyi kestirmeden öğrenmenin yolunu sorduğunda, Euclides, geometriye giden bir **Kral Yolu** olmadığını söyler. Bunlara ve *Platon*'un yazdıklarına bakarak, Euclides'in Aristoteles'ten hemen sonra, ama Eratosthenes ile *Archimedes*'ten önce yaşadığı, "Elementler" i M.Ö. 300 sıralarında, yaşadığı İskenderiye'de yazdığı anlaşılmaktadır. Eğitimi Atina'da Platon'un "Akademi" 'sinde tamamlamış olduğu sanılan Euclides, ünlü İskenderiye Üniversitesinde matematik öğretmeni idi.

"Elementler" 'e her dönemde matematik düşüncesinin klasik anıtı gözüyle bakılmıştır. Doğa bilimlerinde, hatta felsefede Euclides modelinin günümüze dek süren etkisi gözönünde tutulduğunda bu

ifade yerindedir. Gerçi Eclides 'ten önce de benzer kitapların yazıldığı bilinmektedir. Ama bunlardan hiç biri "Elementler" 'in etki gücünü göstermediği için zamanla hepsi unutulmuştur. Aslında özgün bir çalışma olmadığı bilinen bu yapıtın etki gücünün nereden kaynaklandığı sorulabilir. Kısaca söylemek gerekirse, "Elementler" geometriye, hiç bir düşünce alanında örneği gösterilemeyen mantıksal bir bütünlük kazandırmıştır. Euclides, daha önce değindiğimiz gibi, kendisinden önceki dönemlerde ortaya konan, değişik biçimlerde ispatları verilen önermeleri 'aksiyom - teorem' ilişkisi içinde sunmaktadır. Başka bir deyişle, öncül diye seçtiği az sayıda aksiyom, postulat ve tanımlardan, dedüktif çıkarımla, geriye kalan tüm önermelerin ispatlarını vermektedir. Aksiyomatik sistemde ispatlanan önermeler, sistemin teoremlerini oluşturur. "Elementler" 'in olağanüstü etkisi geometriyi bu biçimde sunma başarısıyla açıklanabilir.

"Elementler" 'i oluşturan 13 kitapta 465 önerme vardır. Çoğu kez sanıldığı gibi tersine, bu önermelerin önemli bölümü doğrudan geometriye değil, sayılar teorisine ve cebirsel geometriye ilişkindir. İlk kitapta, kimi açıklamalarla birlikte, çakışma, paralel çizgiler ve doğrusal şekillere ait teoremler yer almaktadır. İkinci kitap hemen tümüyle cebirsel geometriye; üçüncü kitap daireye; dördüncü kitap düzgün çokgenler oluşturmaya ayrılmış, beşinci ve altıncı kitaplarda ise Eudoxus 'un oranlar ('proportions') teorisi, teorisinin geometriye uygulanması ele alınmıştır. 102 önermeyi içine alan yedinci, sekizinci ve dokuzuncu kitaplarda basit sayılar teorisine; onuncu kitapta irrasyonel (örneğin $\sqrt{2}$) sayılara yer verildiğini görmekteyiz. Geriye kalan üç kitap hacimlerle ilgilidir. Günümüzde orta dereceli okullarda okutulan ders kitaplarına, düzlem ve hacim konuları bakımından, Euclides 'in I, III, IV, VI, XI ve XII. kitaplarının birer özeti gözüyle bakılabilir.

Görüldüğü gibi ayrıca "Elementler" içerik yönünden oldukça kapsamlı bir kaynaktır.

EĞLENCELİ BİR MATEMATİK SORUSUNUN YANITI

Önceki sayımızda sorduğumuz "Eğlenceli Bir Matematik Sorusu" 'na okurlarımız **Ahmet Araç** 'tan (Denizli Erbakır Fen Lisesi, DENİZLİ) ve **Göksel Güven** 'den (Yozgat Şehitler Fen Lisesi, YOZGAT) birer yanıt geldi:

$$\frac{RERERE}{RARARA} = \frac{CİM}{BOM} = \frac{\sqrt{G+S}}{\sqrt{C+I+M} + \sqrt{B+O+M}}$$

$$\frac{121212}{181818} = \frac{360}{540} = \frac{\sqrt{9+7}}{\sqrt{3+6+0} + \sqrt{5+4+0}}$$

NOT: G ile S 'nin değerleri yer değiştirebilirler.