

$$\frac{a_1}{s-a_1} + \frac{a_2}{s-a_2} + \dots + \frac{a_n}{s-a_n} \geq \frac{n}{n-1}$$

olduğunu gösteriniz.

Problem 6: (A.B.D. Ulusal Olimpiyadı 1977) ABC üçgeninde $p = a + b + c$ ise

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{p^2}{3}$$

olduğunu gösteriniz.

Bu makaleye biçim verilmesinde ve müzakere edilmesinde büyük yardım göstermiş olan sayın Sezaî Makas'a derin minnetlerimi sunarım.

KAYNAKÇA

- 1 Tagiyev, M. *Mekanik Kavramların Geometri Problemlerine Uygulanması*. Matematik Dünyası 4. sayı 5 11 - 17 (1994).

KÜBİK DENKLEMLERİN KÖKLERİ

Ahmet Dernek *

I. $x^3 + px + q = 0$ ($p, q \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$) kübik denkleminin köklerinin incelenmesi ve bulunmasına ilişkin değişik yöntemler vardır. Bununla ilgili iki yöntem [1] ve [2] de verilmektedir. Burada, bir kesirli rasyonel fonksiyonun grafiğinin dönüm noktalarının bulunması probleminden yararlanarak, verilen kübik denklemin bir kökünün bulunmasına ilişkin değişik bir yöntemi tanıtacağız, [3].

$$f: x \rightarrow \frac{x}{(x+a)(x+b)} \quad (a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, a \neq b)$$

rasyonel fonksiyonunun grafiğinin dönüm noktaları, f 'nin ikinci türevinin sıfır yerleridir. İkinci türev

$$f''(x) = 2 \frac{x^3 - 3abx - ab(a+b)}{(x+a)^3(x+b)^3} \quad (1)$$

dir. Verilen ifadenin basit kesirlere ayrılışı;

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{x}{(x+a)(x+b)} \\ &= \frac{1}{a-b} \left(\frac{a}{x+a} - \frac{b}{x+b} \right) \end{aligned}$$

ve bu gösteriliş için ikinci türevi

$$f''(x) = \frac{2}{a-b} \left(\frac{a}{(x+a)^3} - \frac{b}{(x+b)^3} \right) \quad (2)$$

olur. f'' 'nin sıfır yerleri (1) ve (2) ye göre,

$$x^3 - 3abx - ab(a+b) = 0 \quad (3)$$

ve

$$\frac{(x+a)^3}{(x+b)^3} = \frac{a}{b} \quad (4)$$

denklemlerinin kökleridir. Sonuç olarak (3) ve (4) denklemleri birbirine denktir.

Uygulama. $x^3 + px + q = 0$ ($p, q \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$) kübik denklemi (3) biçimine dönüştürülürse, verilen denklemin bir kökü (4) denkleminde bulunur.

Örnek. $x^3 - 96x - 576 = 0$ denkleminin bir kökünü bulalım. $p = -3ab = -96$ ve $q = -ab(a+b) = -576$ dan, $ab = 32$ ve $a+b = 18$ bulunur. Çarpımları 32 ve toplamları 18 olan gerçel sayı çifti, $a = 2$, $b = 16$ (veya $a = 16$, $b = 2$) dir. Buradan, $x^3 - 96x - 576 = 0$ denkleminin bir kökü,

$$\frac{(x+2)^3}{(x+16)^3} = \frac{1}{8}$$

* Marmara Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Matematik Bölümü Öğretim Üyesi