

## HARFLERLE SAYI YAZILIŞI, ÇÖZÜM

R. İlknur Koçak \*

Sayfa 4 teki yazının devamıdır.

Harflerin değerlerini tahmin ederek şu şekilde 29'a kadar ulaşabildim:

$$\begin{array}{lll} b = -3 & k = -8 & d = 8 \\ i = 5 & ü = 2 & ö = -6 \\ r = -1 & ç = 1 & t = 3 \\ u = -34 & n = -15 & m = 27 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} e = 10 & l = -7 & s = -17 \\ ş = -2 & ı = 6 & z = 18 \\ a = 4 & y = -16 & o = 25 \end{array}$$

Fakat sistemli bir şekilde tam bir çözümü nasıl sağlayabiliriz. İlk olarak, ulaşabileceğimiz en büyük sayı kaç olabilir? Bu soru üzerinde biraz düşününce 199 sayısının elbette bir üst sınır olabileceğini bulabiliriz. 200 sayısını elde etmek imkansızdır; çünkü bu sayının harf değerleri toplamı 102'dir. Örneğin:  $i = -3$   $ü = 30$   
 $k = 8$   $z = 20$   $y = 50$  olsun.  
O zaman:  $i + k + i = -3 + 8 - 3 = 2$   
 $y + ü + z = 50 + 30 + 20 = 100$   
 $i + k + i + y + ü + z = -3 + 8 - 3 + 50 + 30 + 20 = 102$

199 sayısına ulaşabilmemiz için gereken farklı denklemlere bakmamız gerekir. Denklemler şöyle gösterilmiştir:

1.  $b + i + r = 1$
2.  $2i + k = 2$
3.  $ü + ç = 3$
4.  $d + ö + r + t = 4$
5.  $b + e + ş = 5$
6.  $a + l + t + ı = 6$
7.  $y + e + d + i = 7$

8.  $s + e + k + i + z = 8$
9.  $d + o + k + u + z = 9$
10.  $o + n = 10$
11.  $y + 2i + r + m = 20$
12.  $o + t + u + z = 30$
13.  $2k + ı + r = 40$
14.  $e + 2l + i = 50$
15.  $a + l + t + m + ı + ş = 60$
16.  $y + e + t + m + i + ş = 70$
17.  $2s + 2e + k + n = 80$
18.  $d + o + k + s + a + n = 90$
19.  $y + ü + z = 100$

Elimizde 19 farklı denklem vardır. Bu denklemlere matematikte "Lineer Diyofantin Sistemi" denir. Bu gibi sistemlerin çözüm kümesinde sadece ve sadece tam sayılar istenir. 11, 94, 187, ... gibi sayılar yukarıdaki listede yer almadı; çünkü bu sayılar yeni bağımsız denklemler oluşturmuyor. Bunlar mevcut denklemlerin toplanmasıyla elde edilir. Örneğin, 11 sayısı 2 denklemin, **on** ve **bir**, toplamıdır:  $o + n + b + i + r = 11$ . Yine aynı şekilde örneğin 187 sayısı 3 denklemin, **yüz**, **seksen** ve **yedi** toplamıdır.

Şimdi 199 sayısına ulaşabilmemiz için gereken değişken sayısına bakalım:

$$\begin{array}{l} a, b, ç, d, e, ı, i, k, l, m, n, \\ o, ö, r, s, ş, t, u, ü, y, z \end{array}$$

harflerinin sayısı 21'dir. Elimizde 19 denklemin ve 21 değişkenin olması nedeniyle her 19 değişkeni diğer 2 değişken cinsinden bulabiliriz. Ben **e** ve **ç** değişkenlerini parametre değişkenleri olarak seçtim. 19 denklemin bu 2 parametre değişkeni cinsinden yazılışı aşağıdaki gibidir.

\* Özel İzmir Amerikan Lisesi, 2. Sınıf Öğrencisi

1.  $b + i + r = 1$
2.  $2i + k = 2$
3.  $\ddot{u} = 3 - \zeta$
4.  $d + \ddot{o} + r + t = 4$
5.  $b + \zeta = 5 - e$
6.  $a + l + t + i = 6$
7.  $y + d + i = 7 - e$
8.  $s + k + i + z = 8 - e$
9.  $d + o + k + u + z = 9$
10.  $o + n = 10$
11.  $y + 2i + r + m = 20$
12.  $o + t + u + z = 30$
13.  $2k + i + r = 40$
14.  $2l + i = 50 - e$
15.  $a + l + t + m + i + \zeta = 60$
17.  $y + t + m + i + \zeta = 70 - e$
18.  $s + k + n = 80 - 2e$
19.  $d + o + k + s + a + n = 90$

$$\begin{aligned}
t &= 46 \\
k &= -12 \\
\zeta &= 312.5 + \zeta + 0.5e \\
a &= 176 + \zeta + 2e \\
l &= 21.5 - 0.5e \\
i &= -237.5 - \zeta - 1.5e \\
y &= -37 - e \\
s &= -121 - \zeta - 2e \\
z &= 134 - 2\zeta + e \\
o &= -324 - 2\zeta - 2e \\
u &= 174 + \zeta + e \\
n &= 334 + 2\zeta + 2e \\
m &= -258.5 - \zeta - 0.5e
\end{aligned}$$

Bu sonuçlar gösteriyor ki  $e$  değişkeni tek bir tamsayı ve  $\zeta$  değişkeni herhangi bir tamsayı olduğu sürece bu 19 değişkenin aldığı tamsayı değerleri buluruz:

$$\begin{array}{lll}
b = -309 & k = -12 & z = 135 \\
r = 303 & \zeta = 313 & o = -326 \\
\ddot{u} = 3 & a = 178 & u = 175 \\
i = 7 & l = 21 & n = 336 \\
d = 37 & i = -239 & m = -259 \\
\ddot{o} = -382 & y = -38 & e = 1 \\
t = 46 & s = -123 & \zeta = 0
\end{array}$$

19 denklemi ve 19 değişkeni, 2 değişkeni parametre olan, bu sistemi çözüm kümesinde sadece tam sayıların bulunacağını ümit ederek matris teknikleriyle çözdüm.  $A$ , katsayıların  $19 \times 19$  kare matrisi olsun;  $B$ , 19 değişkenin  $19 \times 1$  sütun matrisi olsun; ve  $C$ , parametrik ifadelerin  $19 \times 1$  sütun matrisi olsun. O zaman yukarıda gösterilen denklem sistemi  $AB = C$  şeklinde yazılabilir. Eğer  $A$  matrisinin tersi olan  $A^{-1}$  matrisi varsa matris denkleminin her iki tarafını soldan  $A^{-1}$  ile çarpabiliriz.  $A^{-1}AB = A^{-1}C$  ve  $B = A^{-1}C$ . Böylece 19 değişkenin sütun matrisi buluruz.

Bu sistemin oluşturduğu  $19 \times 19$  kare matrisi tersine çevirebilmek için Lotus 1-2-3 adlı bilgisayar programından yararlandım. Bu matris işlemlerinin hepsi tamamlandıktan sonra sisteminiz şöyle çözümlenir:

$$\begin{aligned}
b &= -307.5 - \zeta - 1.5e \\
r &= 301.5 + \zeta + 1.5e \\
\ddot{u} &= 30 - \zeta \\
i &= 7 \\
d &= 37 \\
\ddot{o} &= -380.5 - \zeta - 1.5e
\end{aligned}$$

$\zeta$  değişkenini başka bir tamsayı ve  $e$  değişkenini başka bir tek tamsayı seçerek yeni bir çözüm kümesi elde edebiliriz. Ve ilginç olan nokta şu ki, her bir çözüm kümesinde  $i$ ,  $d$ ,  $t$ ,  $k$  değişkenleri sabit değerlere sahip olurlar. Alfabedeki her harfin tam sayı değerlerini tahmin etmeye çalışan bir insanın sabit değerlere sahip olan bu değişkenleri doğru olarak tahmin etmesi gerekir. Aksi takdirde hiçbir zaman 21 değişkenin değerini bulamayabilir.

Şimdi size henüz incelemediğim başka bir soru. Sıfırdan 199'a kadar sayma sayıların yazılışını sağlayabilir misiniz?

Türkçenin bu oyundaki zenginliğini anladım. Oyunun fikri alınan Ian Stewart'ın makalesinde, yazar tam sayıların İngilizcedeki yazılışında 12 sayısının en küçük üst sınır olduğunu kanıtlamış. Yazar ayrıca Fransızca sadece 0 dan 13 e kadar ve Almancada sadece 1 den 29 a kadar sayıların yazılabileceğini kanıtlamış. Ben bu oyunda Türkçede 1 den 199 a kadar sonsuz çözüm kümelerinin olduğunu gösterdim.