

bulunur.  $\overline{AB} = \overline{DC}$  olduğu gözönüne alınacak olursa,  $\overline{AB} = \overline{KP}$  bulunur.

Böylece söz konusu yamuğunun içine bir çember çizilebileceğini göstermiş olduk.  $EF$  bu çemberin çapıdır.  $O_1E = x, O_2F = y$  diyelim.  $\overline{MF} = \overline{ME}$  eşitliğinden yararlanarak

$$R - y = r + x \quad (1)$$

buluruz.  $O_1DE$  ve  $O_2CF$  üçgenlerinin benzerliğinden  $\frac{O_1E}{O_2F} = \frac{O_1D}{O_2C}$ , yani,

$$\frac{x}{y} = \frac{r}{R} \quad (2)$$

yazabiliriz. (1) ve (2) numaralı denklemlerin oluşturduğu sistemi çözerek,  $y = \frac{R^2 - rR}{R+r}$  buluruz. O halde iç teğet çemberin yarıçapı  $R - y = \frac{2Rr}{R+r}$  olarak elde edilir.

#### KAYNAKÇA

- [1] V. Gusev, V. Litvinenko & A. Mordkovich, *Solving Problems in Geometry*, Mir, Moskova.

## CALIFORNIA MATEMATİK LİĞİ SINAVLARI

Derleyen: Şafak Alpay \*

A.B.D.'nin California eyaletinde orta öğretim öğrencileri arasında yapılan matematik liginin beş sınavını size aktarıyoruz. Her sınav 20 dakikadır.

#### Yarışma 1

- $\sqrt{n}$ ,  $\sqrt{n+1}$  ve  $\sqrt{n+2}$  sayılarının bir dik üçgenin kenarlarının uzunlukları olması için  $n$  tam sayısı ne olmalıdır?
- Kenarları 10 cm olan bir eşkenar üçgeni örtmek için kenarı 1 cm olan kaç tane eşkenar üçgen gerekir?
- $\sqrt{1992} = 1992\sqrt{x}$  eşitliğini sağlayan  $x$  gerçel sayısı nedir?
- Ali 0 ile 3 arasında 1'den farklı 100 pozitif sayı, Alev de Ali'nin yazdığı sayıların terslerini yazsın. Bu 200 sayının kaç tanesi 0 ile 1 arasındadır?
- İki takım arasındaki kupa maçlarında dört maç kazanan bir üst tura geçer ve maçların berabere bitmesine izin verilmez ise, dört maç sonrasında takımların üst tura geçme olasılıkları nedir?

#### Yarışma 2

- 9 sayısı birbirini izleyen 9 tane tam sayının toplamı ise, bu sayıların çarpımları nedir?

- $x^2 - 26x + 144$  polinomunun iki çarpanının toplamı,  $x^2 - 25x + 144$  polinomunun iki çarpanının toplamından çıkarılırsa sonuç nedir?

- $2x - \frac{1}{x} + 1 \leq 1$  eşitsizliğini çözünüz.

- $x = -664$  ise  $||x| - x| - x|$  ifadesi kaçtır?

- $(0,0)$  noktasının  $y = \sqrt{6x - x^2} - 9$  eğrisine uzaklığı nedir?

#### Yarışma 3

- $\sqrt{n^2 - 1}$  ifadesinin tamsayı olduğu  $n$  tamsayısı nedir?

- $x(x^2 - 1993) = x(x^2 - x)$  eşitliğini sağlayan kümeyi bulunuz.

- Bir paralelkenarın köşegenleri 10 ve 24 cm ve bir kenarı 13 cm ise, çevresi nedir?

- Bir  $7 \times 7$  sihirli kare, 1 ile 49 arasındaki sayılardan oluşuyor. Anımsanacağı gibi bir sihirli karede, sıra, sütun ve köşegenlerdeki sayıların toplamı aynıdır [1]. Bu sihirli toplamı bulunuz.

- 100 sayısından küçük 25 tane asal sayı vardır. 100'den farklı kaç tane  $n$  tamsayısı için  $n$ 'den küçük asal sayıların sayısı 25'tir?

- $x^4 + y^4 = x^2 + y^2$  eşitliğini sağlayan  $(x, y)$  çiftleri arasında  $x$ 'in alabileceği en büyük değer kaçtır?

\*ODTÜ Matematik Bölümü Öğretim üyesi