

PROBLEMLER VE ÇÖZÜMLERİ

ALİŞTİRMA PROBLEMLERİ

A86. Bir ABC üçgeni verildiğinde, $X, X' \in [BC]$, $Y, Y' \in [CA]$, $Z, Z' \in [AB]$ olacak şekilde, karşılıklı kenarları birbirine paralel dışbükey ve eşkenar bir $XX'YY'ZZ'$ altgeninin cetvel ve pergeli ile çizilebileceğini gösteriniz. (*Şahin Polat*)

A87. $64 + 9^{2n}$ ifadesinin hiç bir n doğal sayısı için asal olamayacağını gösteriniz. (*Mehmet Şahin*)

A88. Bir ABC üçgeninde (I_b) ve (I_c) dış çemberleri BC , CA , AB doğrularına D_b, E_b, F_b ve D_c, E_c, F_c noktalarında değiyor.

$$\frac{\text{alan}(D_c D_b F_b F_c)}{\text{alan}(ABC)} > \frac{a^2}{bc}$$

olduğunu gösteriniz. (*Hüseyin Demir*)

A89. $a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R}$ ve $a_1 < a_2 < \dots < a_n$ olsun. $Q(x) = (x - a_1)(x - a_2) \cdots (x - a_n)$ ve $i = 1, 2, \dots, n$ için $P_i(x) = \frac{Q(x)}{x - a_i}$ olmak üzere, $P(x) = P_1(x) + P_2(x) + \dots + P_n(x)$ polinomunun bütün köklerinin gerçel olduğunu gösteriniz. (*Ozan Hafızoğulları*)

A90. Tepesi A olan ikizkenar ABC üçgeninin içinde, tabana, yan kenarlara ve birbirine teğet eş iki çember ile bu çemberlere ve yan kenarlara teğet bir çember çiziliyor. Taban açılarının hangi değeri için bu çemberlerin kenarlara değdiği altı nokta çemberdeş olur? (*Hüseyin Demir*)

YARIŞMA PROBLEMLERİ

Y86. Dar açılı bir ABC üçgeninin A köşesinden harekete başlayan bir nokta kenarlara geldiği zaman bilinen yansıma kurallarına göre harekete devam etmektedir. Bu nokta, sırasıyla $[BC]$, $[BA]$, $[AC]$, $[BC]$ kenarlarına D, E, F, G noktalarında çarpıp yansiyarak tekrar A köşesine ulaşıyor. $ADEFGA$ yolunu çiziniz ve uzunluğunu hesaplayınız. (*Hüseyin Demir*)

Y87. Eşkenar bir ABC üçgeninin içinde ya da üzerinde alınan değişken bir P noktasının bu üçgene göre ayak üçgeni DEF olmak üzere,

AD, BE, CF doğruları noktadaş ise P noktasının geometrik yeri nedir? (*Hüseyin Demir*)

Y88. $u = u(x)$, reel sayılar kümesinde tanımlı bir fonksiyon olmak üzere, w ve z fonksiyonları

$$w(x) = \int \left(\int [2(u')^2 + 2u''u] dx \right) dx,$$

$$z(x) = \int \left(\int \left[\frac{uu'' - (u')^2}{u} \right] dx \right) dx$$

olarak tanımlanıyor. $\sqrt[3]{w}$ değerini hesaplayınız. (*Dinçer Akay*)

Y89. O merkezli ve çapı $[BC]$ olan birim yarıçaplı bir yarıçemberin üzerinde bir A noktası alınıyor ve ABC dik üçgeni çiziliyor. A noktası yayı çizerken, homojen kabul edilen $[AB] \cup [AC]$ kırık doğrusunun G ağırlık merkezinin geometrik yerinin denklemini elde ediniz. (*Hüseyin Demir*)

Y90. f gerçel sayılar üzerinde tanımlı, gerçel değerli bir fonksiyon, ve bir pozitif a sabiti için

$$f(x+a) = \frac{1}{2} + \sqrt{f(x) - [f(x)]^2}$$

denklemini her x için geçerli olsun. f fonksiyonunun periyodik olduğunu (yani, her x için $f(x+b) = f(x)$ veren bir b sayısının varlığını) gösteriniz. Ayrıca $a = 1$ için istenilen özelliklerde ve sabit olmayan bir fonksiyon örneği veriniz.

ÇÖZÜMLER

(A4.1) **A76.** A açısı, U yarıçevresi ve $[BC]$ kenarının doğrultusu verilen ABC üçgenini pergeli ve cetvelle çiziniz. (*Hüseyin Demir*)

Çözüm. $\sphericalangle pAq = \sphericalangle A$ olacak şekilde $\sphericalangle pAq$ açısı çizilir. p ve q ışınları üzerinde $|AE| = |AF| = u$ olacak şekilde E ve F noktaları işaretlenir. p ve q 'ya E ve F 'de teğet olan çember çizilir. Bu çembere, A tarafında, verilen doğrultuyu, doğrultu kabul eden teğet doğru çizilir. Bu doğru p ve q 'yu B ve C noktalarında kessin. Aranan üçgen ABC olur.

(Çözenler: *Alaattin Aktaş, Şevket Emrah Aydın, Murat Aygen, Atasağın Baykal*)