MATEMATİKLE EĞLENELİM

Hasan Gökpınar *

İki Yüz Elli Yıllık Sav

$$\begin{aligned}
4 &= 2+2\\
6 &= 3+3\\
8 &= 3+5\\
10 &= 5+5\\
12 &= 5+7\\
14 &= 7+7\\
16 &= 5+11\\
18 &= 5+13\\
20 &= 7+13\\
22 &= 11+11\\
24 &= 11+13\\
&\vdots
\end{aligned}$$

Goldbach, 1742'de Euler'e göderdiği bir mektupta, "2'den büyük her çift sayı, iki asal sayının toplamıdır" diye yazıyor. Bu iddianın 24'e kadarki çift sayılar için doğru olduğu yukarıdaki tabloda görülmektedir. Bu tablonun daha ne kadar uzatılabileceğini merak eden, $26, 28, 30, \ldots$ ile devam edebilir. Ancak, bir milyon, milyar, hatta milyar kere milyarlara kadar doğru olan bir iddianın daha sonraki sayılar için de doğru olacağını söyleyemeyiz.

Bir iddianın yanlışlığını göstermek için, iddiayı yalanlayan bir tek örnek bulmak yeter, fakat doğrulduğunu göstermek için genel bir ispat vermek gerekir.

İki yüz elli yıldır, ne **Goldbach iddiasını** yalanlayan bir örnek bulunabilmiş, ne de bu iddianın doğruluğu kanıtlanabilmiştir. Eğer matematik dünyasında meşhur olmak istiyorsanız, işte çözüm bekleyen bir problem size:

"2'den büyük her çift sayı, iki asal sayının toplamıdır." Doğru mu?

Sonsuz Toplamların Sonsuz Çarpımları

$$\frac{2\cdot 2}{1\cdot 3}\cdot\frac{4\cdot 4}{3\cdot 5}\cdot\frac{6\cdot 6}{5\cdot 7}\cdot\frac{8\cdot 8}{7\cdot 9}\cdot\frac{10\cdot 10}{9\cdot 11}\cdot\frac{12\cdot 12}{11\cdot 13}\cdots$$

sonsuz çarpımının $\pi/2$'ye yakınsadığını Wallis göstermiş olmalı ki bu sonsuz çarpıma **Wallis çarpımı** adı verilmiş.

Paylarda çift sayılar, paydalarda tek sayılar ikişer defa gözüküyor ve çarpım sonsuza kadar sürüp gidiyor. Ve gide gide, artık ne ilgisi varsa, gidip dairesel fonksiyonların "pi" sayısının "bölü iki"sine ulaşıyor.

Ne işe yaradığı bilinmeyen ama ruhlarda titreşimler uyandıran güzellikler var böyle şeylerde. Wallis çarpımı

$$\prod_{n=1}^{\infty}\frac{(2n)^2}{(2n-1)\cdot(2n+1)}=\prod_{n=1}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{1}{2n}\right)^{2k}$$

ye eşit olduğundan ötürü sonsuz toplamların bir sonsuz çarpımıdır.

$$\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\cdots=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k^2}$$

sonsuz toplamının $\pi^2/6$'ya yakınsadığını da Euler göstermiş. İşte gene tamsayılar, işte gene sonsuzluk ve işte gene "pi" ...

Şimdi, paylarda sadece asal sayıların, paydalarda ise asal sayıların bir eksikleri ve asal sayıların bir fazlalarının gözüktüğü

$$\frac{2\cdot 2}{1\cdot 3}\cdot\frac{3\cdot 3}{2\cdot 4}\cdot\frac{5\cdot 5}{4\cdot 6}\cdot\frac{7\cdot 7}{6\cdot 8}\cdot\frac{11\cdot 11}{10\cdot 12}\cdot\frac{13\cdot 13}{12\cdot 14}\cdots$$

sonsuz çarpımına bakalım. Bu sonsuz çarpım da bir sonsuz toplamların sonsuz çarpımıdır ve "pi"li bir değere yakınsamaktadır. Nedir bu değer?

"Dünya bir beşiktir, ama insanoğlu sürekli olarak beşikte kalamaz."

K. Tsiolkavski

* Gaziantep Üniversitesi Matematik Bölümü öğretim görevlisi