

PROBLEMLER VE ÇÖZÜMLERİ

Geçen sayıdaki problemlerin numaraları **A76–A80** ve **Y76–Y80** olarak alınmıştır. Bundan böyle bu numaralama sistemi devam ettirilecektir.

ALİŞTİRMA PROBLEMLERİ

A81. Birbirine eş olan dört çemberden üçünün her biri, verilen bir ABC üçgeninin içinde olup açılardan birinin iki kenarına teğettir. Dördüncü çember bu üç çembere teğet ise bu çemberlerin cetvel ve pergelle çizilebileceğini gösteriniz.

A82. Tabanı $[BC]$ ve A açısı geniş olan bir ABC üçgeninin A köşesi ve yan kenarlarının birer kısmı çizim kağıdının dışına taşmıştır. Bu üçgenin $[AD]$ kenarortayını, $[AE]$ iç açıortayını ve $[AF]$ yüksekliğini belirleyiniz.

A83. O kesişme noktası çizim kağıdının dışına düşen a ve b doğruları ve bunların dışında bir C noktası veriliyor. CO doğrusunu cetvel ve pergelle belirleyiniz. (*Hüseyin Demir*)

A84. İki ve üç basamaklı sayılarla ilgili olarak

$$\begin{aligned} ABC &= (DE)^2 \\ CBA &= (ED)^2 \end{aligned}$$

sistemini çözünüz. (*Hüseyin Demir*)

A85. $\sqrt{13 + 30\sqrt{2} + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}$ sayısının n, m tamsayı olmak üzere $n + m\sqrt{2}$ şeklinde ifade ediniz.

YARIŞMA PROBLEMLERİ

Y81. F odağı ve d doğrultmanı ile belirli parabol ile bir m uzunluğu verildiğinde, parabolün odağından geçen m uzunluktaki bir kirişin pergel ve cetvelle çizilebileceğini gösteriniz. (*Hüseyin Demir*)

Y82. Eşkenar bir ABC üçgeninin içinde ya da üzerinde alınan değişken bir P noktasına göre ayak üçgeni DEF , ve AD, BE, CF doğruları noktadaş ise P 'nin geometrik yerini belirleyiniz. (*Hüseyin Demir*)

Y83. $1, 2, \dots, n$ tamsayılarını rastgele a_1, a_2, \dots, a_n şeklinde sıralayıp $T = |a_1 - a_2| + |a_2 - a_3| + \dots + |a_{n-1} - a_n| + |a_n - a_1|$ toplamını

hesaplarsak elde edebileceğimiz en büyük T değerini bulunuz.

Y84. Her $x \in [-1, 1]$ için $f(f(x)) = -x$ koşulunu sağlayan bir $f : [-1, 1] \rightarrow [-1, 1]$ fonksiyonu var mıdır? (*H. Turgay Kaptanoğlu*)

Y85. Bir X kümesinin h elemanlı k tane alt kümesi X_1, X_2, \dots, X_k veriliyor: $X_i \subseteq X$, $|X_i| = h$, $i = 1, \dots, k$. $\min |X_1 \cup X_2 \cup \dots \cup X_k|$ 'nin, $k \leq C(m, h)$ özelliğine sahip en küçük m sayısına eşit olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜMLER

A71. Bir teğetler dörtgeninde karşılıklı iki kenar birbirine eşitse, içteğet çember merkezinin diğer iki kenarın orta noktalarından eşit uzaklıkta olduğunu gösteriniz.

Çözüm. Bir $ABCD$ teğetler dörtgeninde $a = |AB|$, $b = |BC|$, $c = |CD|$, $d = |DA|$ yazalım ve $a \geq c$, $b = d$ varsayalım. $[AB]$ ve $[CD]$ 'nin orta noktalarını E ve F ile, içteğet çemberin merkezini de I ile gösterelim. C ve D noktalarının BI ve AI doğrularında yansımaları sırasıyla C' ve D' olsun. Tabii ki C' ve D' , AB doğrusu üzerinde kalmalıdır. $[C'D']$ 'nin orta noktası E' 'dir. Diğer taraftan

$$\begin{aligned} |C'D'| &= |BC'| + |AD'| - |AB| \\ &= b + d - a = a + c - a = c = |CD| \end{aligned}$$

olup, ICD ve $IC'D'$ üçgenleri eşittir. Bu üçgenlerin ortak I köşesine ait kenarortayların uzunlukları olan $|IE|$ ve $|IF|$ eşit olmalıdır.

(**Çözenler:** *Ataşın Baykal, Ergün Yereneri, Suat Namlı, Burhan Biçer, Ruhi Tabur, Alaatin Aktaş, Ali Tombak, Emre Alkan.*)

A72. A, B, C köşeleri karşısındaki dışteğet çemberlerin yarıçapları sırasıyla r_a, r_b, r_c olan bir ABC üçgeninin içindeki bir P noktasından BC, CA, AB kenarlarına indirilen dikmelerin ayakları sırasıyla D, E, F olsun.

$$|AE| + |AF| = |BF| + |BD| = |CD| + |CE|$$