

MATEMATİĞİN ŞİİR YÖNÜ

Ord.Prof.Dr. Cahit Arf *

Meydan Dergisi'nin Nisan 1960 sayısında yayınlanan makaleyi aynen sunuyoruz.

“Bir nevi şair olmıyan bir matematikçi, hiç bir zaman mükemmel bir matematikçi olamaz.” Weirstrass

“İyi bakıldığı zaman matematik sadece doğruyu değil (ilâhi) yüksek bir güzelliği de ihtiva eder. Soğuk ve muhteşem bir güzellik, heykellerdeki gibi tabiatımızın zayıf taraflarına hitap etmiyen, resmin veya müziğin süslü taraflarına malik olmıyan, fakat süblim bir safiyeti (temizliği) olan en büyük sanat'ın erişebileceği en büyük mükemmeliyete erişebilen bir güzellik.” Bertrand Russell

Bir matematikçinin, matematikçi olmayanlara matematikten bahsetmesi gerektiği zaman aklına gelen şey ekseriya kendi anladığına göre, matematiğin ve matematikçinin ne olduğunu, günlük konuşma diliyle anlatmağa teşebbüs etmek olur. Bu temayülün muhtemel bir sebebi olarak şunu söyleyebiliriz: Matematik cemiyet hayatının gelişmesinde çok müessir olan bir kültür kolu olmakla beraber, edebiyat, müzik, diğer güzel sanatlar, hatta ilimler gibi tesirini doğrudan doğruya icra edemez. Fakat şumullenen ve mahdut bir zümre içinde de olsa yayılan matematik, kültür, tabii ilimler ve onların tatbikatında müşahade edilen inkişafı doğurmakta, bu inkişaf da bir taraftan içtimai hayatın maddi şartlarını tayin etmekte, bir taraftan da insanın tabiatındaki mevkiinin her gün biraz daha iyi bilinmesini sağlamaktadır. Amatörlerinin sayısı pek kısıtlı olan, ve kendine özgü olan dil ancak müntesipleri ve onu tatbik edenler tarafından bilinen matematikten, matematikçi olmayanlara ancak çok umumi olarak bahsedilebilir ki, bu da matematiğin ne olduğu hakkında bir fikir vermeğe teşebbüs etmek olur.

Matematik oyunlar ve acaplıklar hakkında herkesin anlayabileceği kitaplar vardır. Fakat

bu kitapların zaruri olarak kullanıldıkları stil matematik hakkında yanlış bir fikir verebilir ve matematiğin bir bilmece koleksiyonu olduğu zehabını uyandırabilir. Halbuki matematiğin bunun tam zıddı olduğunu, yani insanın karşılaştığı muammalardan kurtulmak daha doğrusu bunları muamma olmaktan çıkarmak için sarf ettiği gayretlerin mahsulü olan bir zihin terbiyesi olduğunu söyleyebiliriz. Meselâ n tam sayısı 2 den büyük olmak üzere $x^n + y^n = z^n$ olacak şekilde x, y, z gibi üç tam sayısının mevcut olmadığını ifade eden meşhur Fermat hipotezini ispata teşebbüs eden binlerce amatörün mevcudiyetine mukabil en büyük matematik dehası olarak kabul edilen Gaus'un bu problemle uğraşmayı reddetmesi, buna bir delil olarak gösterilebilir.¹ Bir zihin terbiyesi olmak bakımından matematiği, matematikçi olan insandan ayırmanın doğru olmayacağını zannediyorum.

Matematikçinin böyle bir yazı mevzuunu seçmek konusundaki temayülünde ikinci bir saik şu olabilir; kendinden bahsetmek arzusu. Buradaki sözlerimde böyle bir temayül sezilirse tamamen insani olan bu zaafın müsamaha ile karşılanmasını rica ederim.

Müziğin ilk unsurları basit seslerdir. Edebiyatın ilk unsurları kelimeler daha doğrusu bunların temsil ettikleri tehassüslerdir. Resim sanatının ilk unsurları renklerdir, ilh... diyebileceğimiz gibi, matematiğin ilk unsurlarının tabii sayılar ve nokta, doğru, düzlem gibi basit geometrik şekiller olduklarını söyleyebiliriz. Hemen hepimiz bu kavramlarla, aynı yaşlarda ve aynı şartlar altında ünsiyet peydah etmekteyiz. Bunun için hatta okula bile gitmiş olmamıza lüzum yoktur. Başlangıçta bizi ilgilendiren eşyaya bağlı olarak karşılaştığımız bu kavramlar, tedricen, bu vesilelerden sıyrılarak abstrakt kavramlar haline gelirler. Meselâ 3 ceviz, 3

* ODTÜ ve İstanbul Ü. emekli öğretim üyesi

¹ Bu açık problem Haziran ayı içerisinde İngiliz matematikçi Andrew Wiles tarafından çözüldü.

findık, 3 elma, 3 adam, 3 kuş, 3 ev, 3 ağaç ilh... gibi tehasüsler nihayet bunların ortak unsuru olan abstrakt (3) kavramını doğururlar. Matematğin ilk unsurlarının tekevvünü esnasında şuur altımızda cereyan eden bu abstraksiyon hadisesi daha ileri merhalelerde şuur üstüne çıkar ve bir belirtme tekniği olarak kullanılır. Mesela iki dilde bazı kelimelerin birbirlerinin tam mukabilleri olmalarına mukabil bazıları birbirine tam olarak tekabül etmezler. Böyle kelimelerin manalarını, lugat kitabı yazarlar diğer dilde konuşanlara, bunların karşısına aralarında sinonim olmayan birçok kelimeler yazmak suretiyle anlatırlar. Bu kelimelerden her biri ilk dildeki kelimenin takribi ifadeleri olurlar, ilk dildeki kelimenin manası da bunların hepsinin müşterek unsuru olur.

Matematğin ilk unsurları olarak kabul ettiğimiz kavramların teşekkülü esnasında cereyan ettiğini düşündüğümüz bu abstraksiyon processüsü matematğin her seviyesinde belki de en mühim vasıtayı teşkil eder. İlk ve orta okullardaki tedarit daha doğrusu talim, şuur altında cereyan eden ve çok yavaş ilerliyen bu abstraksiyon hadisesini tahrik maksadıyla yapılmaktadır. İkşer, ikşer, üçer üçer, tersine saymak, toplamar, çarpmalar, çıkarmalar, bölmeler yapmak ve bunların bitmez, tükenmez tekrarı zannımca hep bu maksatlardır. Bu keyfiyet birçok kimselerde matematik ve matematikçi hakkında şu yanlış zehabı uyandırmaktadır: matematik sayılar üzerindeki dört işlemden ibarettir, matematikçi de bu dört işlemi çabuk, tertipli ve hatasız bir şekilde yapabilen bir adam yani bir nevi hesap makinesidir. Bu adam, şiiirden, resimden, güzel şeylerden anlamıyan ve yalnız sayan bir otomatır. Halbuki matematikçiler umumiyetle kara cümle bakımından orta halliden biraz aşağıda sınıflandırılabilir kimselerdir.

Maamafih gerek orta tahsil, gerekse lise tahsili esnasında matematik kültürün daha ileri bir safhası ile, basit sillojizm zincirlerini anlamak ve bunlardan bazılarını bizzat inşa etmek şeklinde karşılaşırız. Bir kümesteki başların ve ayakların sayılarından kümesteki kuş ve tavşanların sayılarının çıkarılması, benim yaşımı kardeşimin yaşının yarısını ilave edersem amcamın yaşından beş fazlası çıkar, gibi garip hesap problemleri ile basit geometri ve cebir problemlerinin temin etmek istedikleri şey, hep işte kısaca muhakeme yürütmek dediğimiz sillojizm zincirleri ile ünsiyet peyda etmektir. Bu arada matematikçinin bir hesap makinesi olduğu hakkındaki zan biraz

değişir amma matematikçi yine de esas itibariyle bir otomat olmaktan kurtulamaz. Ancak bu sefer sayan bir otomat yerine sillojizm zincirleri kuran bir otomat olur. Hissiz bir otomat. Acaba hakikaten öyle mi? Bence hayır. Belki bu hayır, matematikçilerin kendilerini avutmak için aradıkları bir teselli olabilir amma, sadece bu teselliyi aramak bile matematikçinin otomat olmadığını göstermez mi?

Meslekleri dolayısıyla daha yüksek bir matematik kültürü ile temas etmiş olan mühendis ve fizikçi gibi kimselerin bile matematikçiye bu gözle baktıklarının şahidi oldum. Son zamanlarda çok tekamül eden hesap makineleri, elektronik beyinler vesilesiyle, yakında matematikçilere iş kalmayacağını söylediler. Bu kimseler nazarımda matematikçi bir otomat olmasa bile bir kunduracıdan pek farklı bir şey değildir. Kunduracı hazır ve ismarlama kundura yaptığı gibi matematikçi de fizikçi veya mühendisin kullanabileceği formülleri hazır veya ismarlama olarak hazırlar.

Kanaatimce matematikçilerin büyük ekseriyeti matematiğe, umumi olarak yayılmış olan zannın hilafına olarak, bir güzel san'at gözü ile bakarlar. Matematik herşeyden önce tıpkı resim, müzik, mimari, ilh... gibi bir güzel sanattır. Ve bunlardan bilhassa müzikle mukayese edilebilir. Şöyle ki: müzik unsurları olan basit bir takım seslerin süperpozisyonu ve birbirlerini takip etmelerinden müteşekkil cümlelerden ibarettir diyebiliriz. Fakat böyle cümleler her zaman müzik olamaz. Umumiyetle kahotik gürültüler olurlar. Gürültü olmaktan kurtulmaları için bunların bazı kaidelere uygun olarak teşkil edilmiş olmaları icap eder. Bu kaideler matematikte lojik kaidelere tekabül ederler ve bu kaidelere uygun olarak teşkil edilen ses cümleleri matematğin sillojizm zincirleri gibidir. Bunlara artık gürültü denmese bile henüz müzik de denemez. Böyle ses cümlelerinin müzik olabilmesi, hiç bir kriteriyoma mutlak olarak bağlı olmıyan estetik bir unsuru ihtiva etmeleri ile mümkün olur. Aynı şey şu şekilde matematik için de doğrudur; sayılar veya geometrik şekiller yardımı ile teşkil edilen sillojizm zincirlerinin hepsine matematik, hiç değilse güzel matematik denemez. Böyle olması için ses cümlelerinde olduğu gibi, sillojizm zincirlerinin de kesin olarak tarif edilemiyen estetik bir unsuru ihtiva etmeleri lazımdır. Matematğin müziğe nazaran zaif tarafı, müzikal bir parçanın esaslı bir müzik terbiyesi olmıyan kimseler tarafından da nisbeten anlaşılabilmesine yani ihtiva ettiği estetik unsurun, farkına varılmadan, sezilebilme-

sine mukabil matematik bir teoride dinleyici veya okuyucunun bütün sillojizm zincirlerini takip edebilmesi zarureti vardır. Ancak teoriyi anlayabilmesi kafi değildir. Bunun için fazla olarak müzikte olduğu gibi yukarıda bahsettiğimiz o estetik unsuru da sezebilmesi icap eder.

Bence matematikte anlamak denilen şey teheyyücü ihtiva eden bir ruh haletidir, o ruh haletine erişmek dinlediğimiz veya okuduğumuz teoremin estetik unsurunu sezmek demektir. Şunu da ilave edeyim ki burada bahsettiğim teheyyücü bir nevi muvaffakiyet sevinci ile karıştırmamak icap eder. Bir matematik teorideki bütün sillojizmlerin hepsi adi manada anlaşıldıkları halde teoremin şimdi söylediğim manada anlaşılmamış bulunduğunu gerek kendim gerekse başkalarında müşahade ettiğim olmuştur.

Nihayet matematiğin de müzik gibi kompozitörleri, virtüözleri vardır. Kompozitörler teorileri kuranlar, virtüözler de teorilere söylediğim manada anlayarak, hissederek ekspozite edebilenler, hissettirebilenlerdir.

Matematikçi nazarında matematiğin, ehemmiyetsiz olmasa bile hiç değilse ikinci derecede mühim gözü ile baktığı cephesi tabiat ilmi cephesidir. Bu bakımdan matematik tabiatın aldığımız impressiyonları tasnif etmeğe ve gerektiği zaman bunları tekrar bulmak hususunda kolaylık temin etmeğe yarar. Bu itibarla matematikten tabiat ilmi olarak bahsetmek belki de hatalı olur. Daha doğru olan bir ifade tarzı matematiğin tabiat ilimleri için bir nevi kartotek hizmetini gördüğü olabilir. Fakat mesela fizik için bu kartotek o kadar mühimdir ki bunsuz bir fizik tasavvur etmek pek güç veya imkansız olur. Tabiatın müzik kompozisyonları için ilham kaynağı oluşu gibi yine tabiat, fizik vasıtasıyla birçok matematik kompozisyonlar için ilham kaynağı olmuştur.

Biraz evvel bir güzel sanat olduğunu iddia ettiğimiz matematiğin güzel sanatlar akademisinde veya konservatuarda talim olunmayıp Fen Fakültesinde tedris olunmasının bir hikmeti de belki budur.

Matematiğin bir güzel sanat olduğunu ve mesela bir senfoni ile mukayese edebileceğimiz bir matematik teoride mühim unsurun estetik mahiyette olduğunu söyledik. Bunu muhtemel olarak, safdilane olmakla beraber, beni şimdilik tatmin eden şu şekilde anlıyorum: Zannımca güzellik kavramı bir saadet hissini ifade eder, yani kendimizi mesut hissettiğimiz zaman, benliğimizi işgal eden impressiyon kom-

pleksini yaratan veya yarattığını zannettiğimiz şeye güzel deriz. Diğer taraftan saadet hissine bir nevi kudret hissi hatta hudutsuz bir kudret hissi gözü ile bakabiliriz. Bizi mesut eden şey arzularımızın tatmini değil, tatmin edebilme kudret ve serbestisine sahip olduğumuzu zannetmemizdir. Bu itibarla bizde güzellik hissini yaratan impressiyon kompleksleri bizde hudutsuzluk hissini yaratanlardır. Mesela Süleymaniye Camiine güzel dememizin sebebi, iyi seçilmiş ebadı ile bize uzayın sonsuzluğunu, hudutsuzluğunu havsalamıza sığdırabiliyormuşuz zehabını vermesidir. Aynı his boğaz sırtlarını baharda seyreden bir insanda peyda olur. Bu sefer havsalamızı sığdırabildiğimizi zannettiğimiz hudutsuzluk belki de bir renk varyasyonu şeklindedir. Buna mukabil çok miktarda da olsa bir takım renklerin bir ressam paleti üzerindeki dağılışı umumiyetle güzel değildir. Zira bu sefer ki renk dağılışı, bizde hudutsuz bir renk varyasyonunu havsalamıza sığdırabildiğimiz zehabını uyandırmaz. Hülasa, güzel, insana içinde çırpındığı aciz çemberini unutturan ona bir nevi hudutsuzluk, serbesti ve kudret hissini verebilen şey'dir diyebiliriz.

Matematik teorilerindeki estetik unsurunun da yine acizden kurtulmak ve hudutsuzluk illüzyonundan ibaret olduğunu zannediyorum. Fakat şunu da ilave edebiliriz ki bütün güzel sanatlarda olduğu gibi bu hudutsuzluk illüzyonu kesin bir his değildir ve ancak tecrübe ile ne olduğu hakkında bir fikir edinilebilir. Bu illüzyon reel bir kudret ve serbesti hissinden de farklıdır; zira reel bir kudret ve serbesti hissi hiç bir zaman hudutsuzluğu, sonsuzluğu taşımaz. Diğer taraftan muayyen bir matematik teori ile uzun ve devamlı bir ünsiyet bazan bu illüzyonun reel bir kudret hissine inkilab etmesini intaç eder, ve o zaman tabiatıyla estetik unsur da kaybolur. Aynı halin diğer güzel sanatlarda vaki olup olmadığını tabii bilmiyorum.

Bilgilerimizin en kesinlerinden biri olarak telakki etmeğe alışmış olduğumuz matematiğin, ona bir güzellik karakterini veren bu tarif edilemeyen tarafının mevcudiyeti şu şekilde de müşahade edilebilir: Henri Poincaré matematikte kullanılan sillojizmlerin herkes tarafından anlaşılacak kadar basit olmalarına rağmen matematikten anlamıyan pek çok kimselerin mevcudiyetini, bir çok kimselerin, uzun bir sillojizm serisinden sonra tekrar hatırlanması gereken bir sillojizmin manasını bu arada unutmayacak kadar kuvvetli hafızalarının olmaması ile izah

ediyorsa da, matematikçilerin de umumiyetle hafızaları zaif olan insanlar olduklarını da ilave ederek diyor ki “herhangi bir kimsede, kuvvetli hatta fevkalbeşer bir hafızaya lüzum gösterecek olan uzun sillojizm serilerini zaif hatta vasatın altında bulunan hafızasıyla kavrayabilmesi için matematikçinin hususi bir sezîşe sahip olması icap eder.” Ben bu sezîşin bir mimarın, bir ressamın, bir müzisyenin tenasüp harmoni sezîşleri ile aynı nevden olduğunu zannediyorum.

Matematığın, üzerinde bu kadar durduğum estetik cephesine mukabil acaba tabiat ilimlerinde de estetik bir an yok mudur? Eğer varsa matematiğe güzel sanat gözü ile baktığım gibi mesela fiziğe de aynı gözle bakamaz mıyım? Tabiatı temaşa eden bu ilimlerde de böyle bir unsur herhalde mevcuttur, fakat onların karşılaştıkları tabiatın güzellikleri, rolleri de bu güzellikleri müşahade ve hissetmektir. Halbuki ressam, mimar, şair kompozitör, matematikçi, güzel eseri yaratırlar, hiç değilse öyle zannederler. Bu bakımdan mesela fizikçiye mevzularını seçmesini iyi bilen bir fotoğrafçıya, matematikçiye de reeli değil tahassüslerini resmeden bir ressama benzetebiliriz.

Matematikte olsun, diğer güzel sanatlarda olsun bize bahsettiğim hudutsuzluk illüzyonunu veren şey nedir? Zannımca bu şey, intellektin otomatik olarak işliyen abstraksiyon mekanizması ile bilhassa indüksiyon mekanizmasıdır. Abstraksiyon mekanizmasının ne olduğunu biraz evvel gördük. İndüksiyon mekanizması şuurumuzda cereyan eden ve bir kaç defa tekrerrür eden bazı hadiselerin şuur altımızda ilanihaye tekrerrürüdür. Güzel bir senfoni, Süleymaniye Camii, böyle indüksiyonları tahrik ederler. Matematikte abstraksiyon mekanizması gibi indüksiyon mekanizması da bir prensip olarak şuur üstü bir hale getirilmiştir. Şöyle ki:

1 den itibaren numaralanmış $A_1, A_2 \dots A_n, \dots$ birtakım hallerden $(n + 1)$ inciden önce gelenlerde bir (K) keyfiyetinin vaki olması lojik olarak aynı keyfiyetin $A_n + 1$ halinde de vukuunu icap ettiriyorsa, K keyfiyetinin A_1 halinde vuku

bütün hallerde vukuunu intaç ettirir. Şu misali gözönüne alalım: Bir p sayısı kendinden başka hiç bir sayı ile bölünemezse p ye asaldır denir. Her tabii sayının asal bir sayı ile bölünebileceği indüksiyon yardımı ile şu şekilde gösterilebilir:

1, 2 asal bir sayı ile bölünebilir, $n + 1$ asal değilse n ye kadar olan sayıların asal bir sayı ile bölünebilmeleri $n + 1$ inde asal bir sayı ile bölünebilmesini intaç eder. Şu halde her tabii sayı asal bir sayı ile bölünebilir. Şimdi aynı usul ile her sayıdan daha büyük bir asal sayının mevcudiyetini gösterelim, n herhangi bir tam sayı olduğuna göre 1 den n ye kadar olan sayıların çarpımına yani $1, 2, 3, \dots, n$, sayısına 1 ilave edelim, bu $1. 2. 3. \dots n + 1$ sayısını bölen asal bir p sayısı vardır, p sayısı n den büyüktür. Zira aksi halde p hem $1.2.3. \dots n$ ve hem de $1.2.3.n+1$ ve binaenaleyh 1 in bölenidir.

Buraya kadar söylediğimde anlaşılmayacak bir taraf olmadığı gibi bunda ne bir güzellik ne de bir hudutsuzluk illüzyonu yoktur. Fakat bu çeşit devam etmek suretiyle mesela n sayısını geçmeyen asal sayıların miktarı $\pi(n)$ olduğuna göre $\frac{\pi(n)}{n}$ kesrinin n büyüdükçe sıfıra yaklaştığını gösterebiliriz ve o zaman yukarıda kullandığımız nevden indüksiyon ve sillojizmlerden çok büyük sayıda bir miktarını muhtelif şekillerde kullanmamız gerekir. Bu ise ancak şuur altımızda cereyan eden bir indüksiyon yardımı ile mümkün olabilir ve böylece hudutsuzluk illüzyonu peyda olur.

İşin biraz tuhaf tarafı matematikçinin şuur altında cereyan eden indüksiyonları şuur üstüne çıkarmağa uğraşmasıdır. Bu suretle vakıa hudutsuzluk illüzyonu kaybolursa da bir taraftan bu illüzyonun en kuvvetli olduğu anların, indüksiyonların şuur altından şuur üstüne geçiş anları olmaları bir taraftan da şuur altında cereyan eden ve şuur üstüne nakledilen her indüksiyona mukabil umumiyetle yeni şuur altı indüksiyonlarının doğması dolayısıyla estetik bakımından birşey kaybedilmiş olmaz ve matematik de hiç bir zaman bitmez.