

PROBLEMLER VE ÇÖZÜMLERİ

Cem TEZER

ALİŞTİRMA PROBLEMLERİ

A66. Bir elips üzerinde alınan değişken bir X noktasından elipsin büyük ve küçük eksenlerine çizilen paralellerin elipsi X haricinde kestikleri noktaları birleştiren kirisle, X ten elipse çizilen normalin kesiştiği noktanın geometrik yeri nedir ?

A67. Bir $ABCD$ teğetler dörtgeninde, ABC , BCD , CDA , DAB üçgenlerinin içteğet çemberlerinin AB ve BC , BC ve CD , CD ve DA , DA ve AB kenarlarına değme noktaları sırasıyla A_2 ve B_1 , B_2 ve C_1 , C_2 ve D_1 , D_2 ve A_1 olsun.

$$|A_1A_2| = |B_1B_2| = |C_1C_2| = |D_1D_2|$$

olduğunu gösteriniz. (*Hüseyin DEMİR*)

A68. Bir ABC üçgeninde $a = |BC|$, $b = |CA|$, $c = |AB|$ olsun. İçteğet çember merkezinin A , B , C köşelerine uzaklıklarını sırasıyla x , y , z ile, çevrel çember merkezinin BC , CA , AB kenarlarına uzaklıklarını sırasıyla k , l , m ile, içteğet çember yarıçapını da r ile gösterelim. $2s = a + b + c$ ise,

$$4\left(\frac{a}{k} + \frac{b}{l} + \frac{c}{m}\right) = \frac{xyzs}{klmr}$$

olduğunu gösteriniz. (*Hasan KULLAP*)

A69. Köşegenleri içinde kesişen bir $ABCD$ dışbükey dörtgeninin bir kirisler dörtgeni olması için

$$\det \begin{bmatrix} 0 & |AB| & |AC| & |AD| \\ -|BA| & 0 & |BC| & |BD| \\ -|CA| & -|CB| & 0 & |CD| \\ -|DA| & -|DB| & -|DC| & 0 \end{bmatrix} = 0$$

olmasının gerek ve yeter olduğunu gösteriniz. (*Hüseyin DEMİR*)

A70. İlki ikincisinin tamamen içinde kalan ve eşmerkezli olmayan α , β çemberleri verildiğinde, α ya dıştan, β ya içten teğet ve birbirine eşit olmayan herhangi iki çemberin dış homoteti merkezinin α ve β nin kuvvet ekseninde kaldığını gösteriniz.

YARIŞMA PROBLEMLERİ

Y66. Bir $ABCD$ teğetler dörtgeninde, içteğet çemberin AB , BC , CD , DA kenarlarına değdiği noktalar sırasıyla P , Q , R , S ise,

$$\frac{|AB||CD|}{|QS|^2} = \frac{|BC||DA|}{|PR|^2}$$

olduğunu ispat ediniz. (*Hüseyin DEMİR*)

Y67. Bir ABC üçgeninde BC , CA , AB kenarları üzerinde sırasıyla D , E , F noktaları alınsın. $AEDF$ bir paralelkenar ve

$$|DB| : |DC| = |AB|^2 : |AC|^2$$

ise $BCEF$ nin bir kirisler dörtgeni olduğunu gösteriniz. (*Hüseyin DEMİR*)

Y68.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}\right) \frac{x^n}{n!} = e^x \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot n!} x^n$$

olduğunu gösteriniz. (*Necdet BATIR*)

Y69. Verilen herhangi bir n artı tamsayısı için, hiç biri asal olmayan, içlerindeki her çift aralarında asal olan ve bir aritmetik dizi teşkil eden n tamsayı bulunduğunu gösteriniz.

Y70. Bir ABC eşkenar üçgeninin çevrel çemberinin A köşesi karşısındaki yayı üzerinde herhangi bir P noktası alındığında, PAB , PAC üçgenlerinin içteğet çemberlerinin yarıçaplarının toplamından PBC üçgeninin içteğet çemberinin yarıçapı çıkartılarak elde edilen miktarın P noktasının konumundan bağımsız olduğunu gösteriniz. (*Hüseyin DEMİR*)

ÇÖZÜMLER

A56. Her $n = 0, 1, 2, \dots$ için $3 \cdot 2^{3n+4} - 7^{2n+1}$ in 41 in bir katı olduğunu gösteriniz. (*Cem TEZER*)