

ALİŞTİRMA PROBLEMLERİ

YARIŞMA PROBLEMLERİ

A56. Her $n = 0, 1, 2, \dots$ için $3 \cdot 2^{3n+4} - 7^{2n+1}$ in 41 in bir katı olduğunu gösteriniz. (C. Tezer)

A57. Bir ABC diküçgeninde, (A açısı dik olmak üzere) BC doğrusu, B merkezli ve $|BA|$ yarıçaplı çemberi E noktasında, C merkezli ve $|CA|$ yarıçaplı çemberi de F noktasında kessin. AEF ve ABC üçgenlerinin alanlarının oranını ABC nin çevrel çember ve içteğet çember yarıçapları cinsinden hesaplayınız... (H. Demir)

A58. Bir φ ellipsi, φ üzerinde kalmayan A, A' sabit noktaları ve sırasıyla A, A' den geçen birbirlerine paralel, değişken k, k' doğruları verilsin.

$$\begin{aligned} \varphi \cap k &= \{P, Q\} \\ \varphi \cap k' &= \{P', Q'\} \end{aligned}$$

ise

$$\frac{AP \cdot AQ}{A'P' \cdot A'Q'}$$

oranının k (veya k') doğrusunun doğrultusundan bağımsız olduğunu gösteriniz. (H. Demir)

A59. Bir ABC üçgeninde I içteğet çemberin merkezi, H de üç yüksekliğin kesişim noktası (yani "ortosantr") olsun. AI nin IH ye dik olması için $\cos B + \cos C = 1$ olmasının gerek ve yeter olduğunu gösteriniz.

A60. $k = 1, 2, \dots$ olmak üzere 3^k şeklinde hiçbir tamsayının iki tamsayının kareleri toplamı olamayacağını gösteriniz.

Y56. Her $n = 0, 1, 2, \dots$ için $2^{5n+1} + 5^{n+2}$ sayısının 27 ye bölündüğünü gösteriniz.

Y57. Bir elips üzerinde alınan değişken bir X noktasından elipse çizilen normal elipsi ikinci defa bir Y noktasında kessin. $|XY|$ uzunluğu X noktasının hangi konumlarında en küçük değerini alır? (H. Demir)

Y58. Ortak bir O sınırlı noktası bulunan a, b, c yarı doğrularını gözönüne alalım. b yarıdoğrusu a ve c yarıdoğruları arasında olmak üzere $|\angle(a, b)| = |\angle(b, c)| = 60^\circ$ olsun. Sırasıyla a, b, c üzerinde herhangi A, B, C noktaları için

$$|OA| - |OB| + |OC| \leq |AB| + |BC|$$

olduğunu gösteriniz. (C. Tezer)

Y59. ABC ve $A'B'C'$ üçgenleri verilmiş olsun. A, B, C noktalarından sırasıyla $B'C', C'A', A'B'$ doğrularına indirilen dikmeler noktadaşlarsa (yani aynı bir noktadan geçerse), A', B', C' noktalarından sırasıyla BC, CA, AB doğrularına indirilen dikmeler de noktadaştır. (C. Tezer)

Y60. α sıfırdan farklı herhangi bir gerçel sayı olmak üzere

$$\begin{bmatrix} 2 & \alpha^{-1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \alpha & 2 & \alpha^{-1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 2 & \alpha^{-1} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \alpha & 2 & \alpha^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \alpha & 2 \end{bmatrix}$$

şeklindeki 1993×1993 matrisin determinantını bulunuz. (C. Koç)

Bu sayıda yer alan problemlere ait çözümlerin 1 Ağustos 1993 tarihinden önce elimizde olacak şekilde gönderilmesi gerekmektedir

Çözümleri gönderirken lütfen şu noktalara dikkat ediniz :

1. Her sorunun çözümünü ayrı bir kağıda, okunaklı ve anlaşılır bir biçimde yazınız.
2. Kağıdın sağ üst köşesine adınız-soyadınızı adresinizi, ve öğrenci iseniz okulunuzu ve sınıfınızı yazınız.