G. HARDY'NİN SAVUNUSU

ŞAFAK ALPAY*

1877-1947 yılları arasında yaşayan G.H. Hardy Cambridge ve Oxford üniversitelerinde matematikçi olarak çalışmış ve asal sayılar teorisinde bir çok problemi çözmüştür. Özellikle 1912'den sonra, İngiliz matematikçi J.E. Littlewood ile matematiğin çeşitli alanlarında, bu arada Diophantos analiz kuramı, ıraksak serilerin toplamı, Riemann zeta fonksiyonunun özellikleri ve asal sayıların dağılımı konusunda bir çok makale yayınlamıştır.

İlk baskısı 1940'larda yapılan G.H. Hardy'nin "Matematicians Apology" adlı kitabının Türkçe adının "... özür dileyişi" olması gerekse bile, içeriği nedeni ile, "matematikçinin savunması" adının daha doğru olduğu kanısındayım. Birçok matematikçi gibi benim de yaşamımda önemli bir yeri olan bu kitabın bazı yerlerini sizlerle paylaşmak istedim.

Hardy'ye göre tüm yaratıcı uğraşlarda olduğu gibi matematikte de imgeler yaratılır. Ressamlar ürünlerini şekil ve renk; şairler sözcükler kullanarak yaratırken matematikçinin yapı malzemesi düşündür. Matematiğin kalıcı olmasının nedeni ise düşüncelerin daha yavaş eskimesindendir.

Ressam ve şairin imgeleri gibi matematikçinin imgeleri de "güzel" olmalıdır. Çirkin matematiğe yer olmadığını savunan Hardy güzelliğin kalıcılık için ilk sınav olduğu görüşündedir. Ona göre matematik "güzel" olduğu kadar "ciddi" ve "önemli" de olmalıdır. Bir teoremin "ciddiyeti", (çoğu kez ihmal edilebilir olan) uygulamaya yönelik sonuçlarından değil, kullanılan matematiksel düşüncelerin öneminden kaynaklanır. Bir matematik düşüncenin önemi ise doğal ve aydınlatıcı biçimde matematiğin bütünü ile bağlanabilmesindedir. Hardy, önemli düşüncelerden oluşan ciddi bir teoremin sadece matematikte değil, diğer bilimlerde de atılımlara neden olacağı yargısındadır. Hardy hiçbir satranç probleminin bilimsel düşüncenin gelişmesine katkıda bulunmamasına karşın Pisagor, Newton ve Einstein'ın bilimin yönünü değiştirdiklerini söyler. Hardy ileri sürdüğü savları eski Yunanlılardan seçtiği iki teorem ile örnekler. Bu teoremlerin "basit" olmalarına karşın, düşünce ve kanıtları bakımından, en üst "kalitede" olduklarına katılırsınız umarım. Hardy, daha da ileri giderek, sınama amacı ile verilen aşağıdaki örneklerden haz alamayanların matematikten zevk alma olasılıklarını olmadığını söyler.

Kolayca anlaşılabilir olma niteliğindeki bu teoremler kanıtlandıkları günkü gibi taze ve önemliler. İkibin yılın değerlerinden hiçbirşey kaybettiremediği bu teoremleri zevk almanız umut ve dileği ile sunuyorum.

1. Önce Öklid'in sonsuz tane asal sayı olduğunu veren teoremini ele alalım. Kendisinden başka bölenleri olmayan sayılara asal sayı denir.

$$\text{(A)} \quad 2, 3, 5, 7, 11, 13, 19, 23, 29, \ldots$$

sayıları gibi 37, 317 de asal sayılardır. Asallar $666 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 37$ örneğinde olduğu gibi çarpma ile tüm sayıları veren temel sayılardır. Asal olmayan sayılar en az bir asal sayı ile bölünürler. Kanıtlanmak istenen sonsuz tane asal sayı olduğu veya (A) dizisinin sona ermediğidir.

(A) dizisinin sona erdiğini kabul edelim ve P ile en büyük asal sayıyı gösterelim. Dolayısı ile

$$2, 3, 5, \ldots, P$$

tüm asallar olacaktır. $Q = (2 \cdot 3 \cdot 5 \cdots P) + 1$ sayısı, $2, 3, 5, \ldots P$ ile bölündüğünde kalan 1 olduğundan, bu sayılar ile bölünemez. Q asal değilse en az bir asal ile bölünebilmelidir. Q sayısını bölen en büyük asal sayı P'den büyük olmalıdır ki bu P nin en büyük asal olduğu ile çelişir. Dolayısı ile asal sayıların sonlu olduğu kabulü yanlıştır.

Kullanılan yöntem matematikçilerin en güçlü silahlarından olan, Öklid'in de çok sevdiği

* ODTÜ Matematik Bölümü Öğretim Üyesi

reductio ad absurdum (olmayana ergi) olarak anılan kanıt yöntemidir. Herhangi bir satranç hilesinden daha cüretkar olduğundan kuşku yok; satranç oyuncusu asker veya parça feda etmeyi göze alırken matematikçi oyunu feda edebiliyor.

2. İkinci örnek Pisagor'a atfedilen (kendisinin olmasa bile okulunun ürünü olduğu kesin olan) $\sqrt{2}$ nin kesirli bir sayı olmadığının kanıtıdır a ve b tam sayılar olmak üzere a/b biçimde olan sayılara kesirli sayılar denir. a ve b nin ortak bölenleri olmadığı kabul edilebilir. $\sqrt{2}$ nin kesirli olmaması, 2 nin $(\frac{a}{b})^2$ şeklinde yazılamamasıdır ki bu da

$$(B) \qquad a^2 = 2b^2$$

denkleminin ortak bölenleri olmayan a ve b tam sayıları için sağlanamamasıdır. Bu bir matematik teoremi olup "rasyonel olmayan" sayılar hakkında önbilgi veya kuramsal bilgiye dayanmamaktadır.

Tekrar olmayana ergi silahına başvurarak (B) nin ortak böleni olmayan a ve b tam sayıları için doğru olduğunu kabul edelim. $2b^2$ çift olduğundan, a^2 de çifttir. Dolayısı ile a sayısı da çifttir. (Çünkü tek bir sayının karesi de tek bir sayıdır). a çift olduğundan, bir c tamsayısı için

$$a = 2c$$

sağlanır ve $2b^2 = a^2 = (2c)^2 = 4c^2$ eşitliğinden

$$b^2 = 2c^2$$

elde edilir ki, bu b^2 nin ve b'nin de çift sayı olmasını gerektirir. Başka bir deyişle, 2 a ve b sayılarının ortak bölenidir. Bu ise a ve b sayılarının ortak böleni olmaması ile çelişir. Dolayısı ile kabul yanlıştır ve bu nedenle $\sqrt{2}$ kesirli sayı olamaz.

Eğlencelik

$$det \begin{bmatrix} 4 & 0 & 7 \\ 7 & 4 & 0 \\ 0 & 7 & 4 \end{bmatrix} = 407 \qquad det \begin{bmatrix} 3 & 7 & 0 \\ 0 & 3 & 7 \\ 7 & 0 & 3 \end{bmatrix} = 370$$

Hakan Avcı

$$\begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 75 & 88 \\ 55 & 64 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 5 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 35 & 44 \\ 55 & 68 \end{bmatrix}$$

Haydar Altunay

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 33 & 44 \\ 66 & 88 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 5 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25 & 33 \\ 55 & 69 \end{bmatrix}$$

Hüseyin Demir