



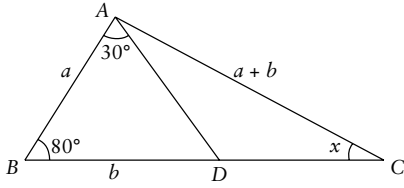
# Doğuş Üniversitesi Matematik Kulübü

## Liseler Yarışması 2005

### Sorular

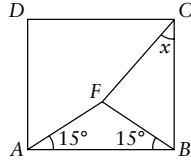
1.  $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 99^2 + 100^2 \mid ?$
2.  $\sqrt[3]{5 \cdot 2 \cdot \sqrt{13}} \cdot \sqrt[3]{5 \cdot 4 \cdot \sqrt{13}} \mid ?$
3.  $P(x)$  polinomunun  $x^4$  ile bölümünden kalan 41 ve bölüm polinomunun katsayılar toplamı 2 dir.  $P(x^2 + 1)^2$  polinomunun  $x^2$  ile bölümünden kalan ne olur?
4.  $6x^2 + 43xy + 413x + 25y \mid 411$  eşitliğini sağlayan bütün  $(x, y)$  tamsayı ikililerini bulunuz.
5.  $a, b$  ve  $c$  üç farklı gerçel sayıdır.  $x, y$  gerçel sayılarının
 
$$a^3 + 2ax + 2y \mid 0,$$

$$b^3 + 2bx + 2y \mid 0$$
 ve
 
$$c^3 + 2cx + 2y \mid 0$$
 eşitliklerini sağladığı bilindiğine göre  $a^2 + b^2 + c^2$  kaçtır?
6.  $y^4 + 9x^2 + 46y^2 + 30x + 234 \mid 0$  eşitliğini sağlayan  $x$  ve  $y$  gerçel sayıları için  $y^2 + 3x$  toplamı kaçtır?
7. Bir  $x$  karmaşık sayısı için  $x + 1/x \mid 41$  ise  $x^{2005} + 1/x^{2005}$  ifadesinin değeri kaçtır?
8.  $1 \cdot 1\% + 2 \cdot 2\% + \dots + 100 \cdot 100\%$  sayısının  $101$ 'e bölümünden elde edilen bölüm ve kalan kaçtır?
9.  $0,1625$  ondalık sayısının pozitif tamsayı olan tam katlarının en küçüğü kaçtır?
10.  $(ab)$  ve  $(ba)$  iki basamaklı sayılardır.
 
$$(ab) + 4(ba) \mid a^2 + 4b^2$$
 eşitliğini sağlayan kaç tane  $(ab)$  sayısı vardır?
11.  $A \mid \{1, 2, 3, \dots, 200\}$  kümesinin elemanlarından oluşan iki elemanlı bir altkümenin elemanlarından birinin diğerinin yarısı olma olasılığı kaçtır?
12.  $p, q$  pozitif tamsayılar ve  $p \mid q + 2$  ise  $p^2 + q^2 \equiv x \pmod{72}$  denklemini sağlayan en küçük pozitif  $x$  tamsayısı kaçtır?
13. 2 ve 3'e bölünebilen bir pozitif tamsayının tam olarak 21 tane pozitif böleni varsa, bu sayının  $10$ 'a bölümünden kalan nedir?
14.  $n \in \mathbb{N}$  olmak üzere  $1! + 2! + 3! + \dots + n! = 2m$  eşitliğini sağlayan kaç farklı  $(m, n)$  sıralı tamsayı ikilisi vardır?
15. Satranç tahtası üzerindeki 64 karenin her birinin alanı birim karedir. Satranç tahtası üzerinde rastgele seçilen bir dikdörtgenin alanının bir birim kareden büyük olma olasılığı nedir?
16. Rakamları birbirinden farklı 8'e kalansız bölünebilen beş basamaklı en küçük sayı kaçtır?
17.  $a, b$  ve  $c$  gerçel sayıları için  $a^2 + b^2 + c^2 \mid 4$  ve  $a^2 + b^2 + c^2 \mid 8$  ise  $c$ 'nin alabileceği en büyük değer kaçtır?
18. Birbirine bölünemeyen iki sayının OBEB'i 32 ve toplamları 384 olduğuna göre bu sayıları bulunuz.
19. Pozitif  $k$  ve  $n$  tamsayılarının,  $y \cdot n \equiv (3\% + 3\%) \pmod{3}$  eşitliğini sağladığı biliniyor.  $k$ 'nin en küçük değeri kaçtır?
20.  $1$ 'den  $1000$ 'e kadar sayılar bir çember üzerinde sıralanıyor.  $1$ 'den başlayarak her 15'inci sayı işaretleniyor (1, 16, 31, ...) gibi. Bu işlem ilk işaretlenen sayının üzerine gelene kadar devam ediyor. Bu işlemin sonunda işaretlenmemiş kaç sayı kalır?
21.  $ABC$  üçgen,  $D \in [BC]$ ,  $m(\angle BAD) \mid 30^\circ$ ,  $m(\angle ABD) \mid 80^\circ$ ,  $|AB| \mid a$ ,  $|BD| \mid b$ ,  $|AC| \mid a + 2b$ . Yu-

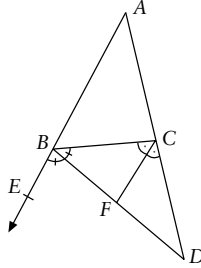


kardaki verilere göre  $m(\angle ACB)$  kaç derecedir?

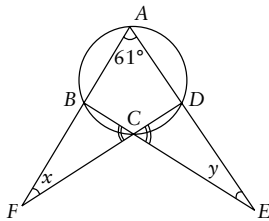
22. ABCD kare ve  $m(\angle FAB) \mid m(\angle ABF) \mid 15^\circ$ .  
Bu verilere göre  $m(\angle BCF)$  kaç derecedir?



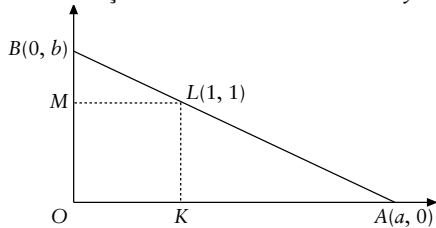
23. ABD üçgen,  $C \in [AD]$ ,  $F \in [BD]$ ,  $m(\angle DBE) \mid m(\angle CBD)$ ,  $m(\angle BCF) \mid m(\angle DCF)$ ,  $3|AD| \mid 4|AB|$  ve  $|DB| \mid 14$  cm Bu verilere göre  $|DF|$  kaç cm dir?



24. Köşeleri bir çember üzerinde bulunan ABCD dışbükey dörtgeninde  $AD \sim \#BC \mid \{E\}$ ,  $AB \sim CD \mid \{F\}$ ,  $m(\angle A) \mid 61^\circ$  ise  $m(\angle AEB) \mid 2 m(\angle AFD)$  kaç derecedir?



25. OAB diküçgen, OA  $\perp$  OB ve  $|AB| \mid 4 \cdot 10^{1/2}/3$ . Bu verilere göre, OAB diküçgeninin içine şekildeki biçimde OKLM birim karesi yerleştirildi-



ğine göre OAB üçgeninin alanı kaç birim karedir?

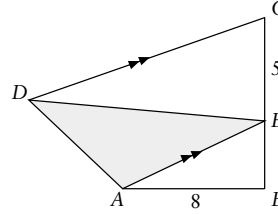
26.  $a^2 + 2b^2 + 2c^2$  toplamı 21 sayısını kalansız bölüyor. Bu koşulu sağlayan kaç tane üç basamaklı  $(abc)$  sayısı bulunur?

27.  $n$  pozitif tamsayı için,  $k$  sayısı 1, 2, ...,  $n$  sayılarından biri olmak üzere,

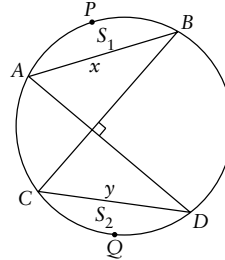
$$(1 + 2 + 2 + \dots + 2 + n) \mid 2005$$

deşliği sağlanıyor.  $k$  kaçtır?

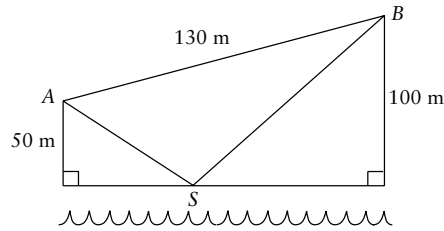
28. ABCD dışbükey dörtgen,  $E \in [BC]$ ,  $AB \perp BC$ ,  $AE \parallel DC$ ,  $|AB| \mid 8$ ,  $|EC| \mid 5$  ise AED üçgeninin alanı kaç birim karedir?



29. Aşağıdaki şekildeki çemberde  $CB \perp AD$ ,  $|AB| \mid x$ ,  $|CD| \mid y$  dir. Bu verilere göre taralı  $xx$  alanların toplamı  $x$  ve  $y$  cinsinden nedir?



30. Şekilde bir nehrin aynı yanında bulunan A ve B evleri görülmektedir. A'nın nehre uzaklığı 50 m, B'nin nehre uzaklığı 100 m, A'nın B'ye uzaklığı ise 130 m'dir. Nehir üzerindeki bir noktaya konulacak S su motoruyla A ve B'ye su verilecektir. Bu iş için en az kaç metre su borusu gereklidir? ♦



Bunu anlamadım. Ali xxx