



Doğuş Üniversitesi Matematik Kulübü

Matematik Bireysel Yarışması 2005

Sorular

1. Maliyeti üzerinden yüzde 25 kârla satılan bir malın satış fiyatından yüzde onluk bir indirim yapılırsa yüzde kaç kâr edilmiş olur?

2. Hangi $x \geq 0$ tamsayıları için

$$\frac{x^2 - x + 4}{x + 1}$$

kesrinin değeri bir tamsayı olur?

3. Bir odanın boyutları 8, 15 ve 17 birim olarak veriliyor. Odanın birbirine en uzak iki noktası arasındaki uzaklık kaç birimdir?

4. $\sin 7620^\circ$ değeri nedir?

5. Hacmi yüz ölçümüne eşit olan kürenin yarıçapı nedir?

6. $P(x)$ polinomu $x - 1$ ile bölünebilmekte ve $P(x - 2)$ polinomunun katsayılar toplamı -4 olarak verilmektedir. $P(x)$ polinomunun $x^2 - 1$ ile bölümünden kalan ne olur?

7. Tersten okunuşu kendisine eşit olan 101, 2332, 55555 gibi sayılara *palindrom* denir. Dokuz basamaklı kaç palindrom vardır?

8. Rakamları çarpımı 5'e bölünebilen kaç tane üç basamaklı sayı vardır?

9. Hangi k gerçel sayıları için

$$\sqrt{k-13} \text{ ve } \sqrt{k+62}$$

sayıları tamsayı olur?

10. $\log_{2n} 216 = \log_n (27\sqrt{2})$ ise n^5 nedir?

11. $6xy + 4x - 3y = 35$ denklemini sağlayan bütün x, y tamsayılarını bulunuz.

12. $a + b + c = 24$, $a^2 + b^2 + c^2 = 210$, $abc = 440$ eşitliklerini sağlayan a, b, c tamsayılarını kök kabul eden üçüncü dereceden polinom nedir?

13. Aşağıdaki sistemde

$$x + 2y - z = 5$$

$$3x + 2y + z = 11$$

$$(x+2y)^2 - z^2 = 15$$

x 'in değeri nedir?

14. x ve y sayılarının $x^2 + y^2 = 7$ ve $x^3 + y^3 = 10$ eşitliklerini sağladığı bilindiğine göre, $x + y$ toplamının alabileceği en büyük değeri nedir?

15. A627B beş basamaklı sayısı 56'ya bölündüğünde kalan 4 ise $A + B$ kaçtır?

16. $6\cos^2 x - 3\cos 2x + \cos 3x = 3$ eşitliğinin $[0, \pi]$ aralığındaki çözümünü bulunuz.

17. a ve b pozitif tamsayıları $2a^2 = 3b^3$ eşitliğini sağlıyorsa en küçük $a + b$ değeri nedir?

18. 6 kişilik bir grupta, herkes, kendi dışındaki 5 kişinin yaşlarını toplarsa bu toplamların oluşturduğu küme $\{78, 79, 80, 81, 82\}$ oluyor. Bu grupta aynı yaşta olan iki kişinin yaşları kaçtır?

19. x_1 ve x_2 sayıları $ax^2 + bx - a = 0$ denkleminin kökleridir. Kökleri $ax_1 + b$ ve $ax_2 + b$ olan ikinci derece denklemi nedir?

20. Üç pozitif tamsayının çarpımları, toplamlarının 6 katıdır ve bu çarpım N sayısına eşittir. Bu sayılardan biri diğer ikisinin toplamına eşit ise bütün olası N değerlerinin toplamı nedir?

21. $P(7, 12, 10)$, $Q(8, 8, 1)$ ve $R(11, 3, 9)$ noktaları bir kübün köşeleri ise, bu kübün yüzölçümü nedir?

22. $(1 - 1/2^2)(1 - 1/3^2) \dots (1 - 1/n^2) = 51/101$ ise n kaçtır?

23. $0 < a < b < c < d$ tamsayıları için a, b, c aritmetik dizi ve b, c, d geometrik dizi oluşturuyor. $d - a = 30$ olduğuna göre $a + b + c + d$ toplamı kaçtır?

24. x ve y sayı tabanı olmak üzere

$$\sqrt[3]{(1331)_x} + \sqrt[4]{(14641)_y} = 16$$

olduğuna göre, bu eşitliği sağlayan (x, y) pozitif tamsayı ikilileri nelerdir?

25. 2000 basamaklı

$$x = \frac{111 \dots 11}{1000 \text{ tane}} \cdot \frac{555 \dots 56}{999 \text{ tane}}$$

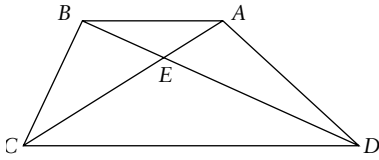
sayısı için \sqrt{x} kaç basamaklıdır?

$$26. \left[\left[\left[\left[\left[\left(\left(7^7 \right)^7 \right)^7 \right)^7 \right] \right] \right] \right] \text{ yazılışında } 2005$$

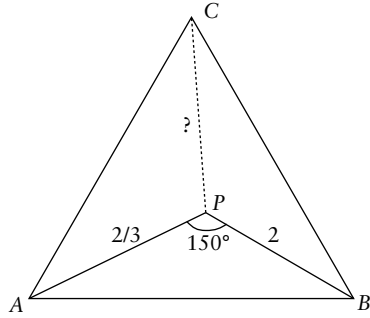
tane 7 kullanılmıştır. Buna göre işlemin sonucunun birler basamağı kaçtır?

27. $x^2 - 10x - 14 = 2\sqrt{x^2 - 10x + 1}$ eşitliğini sağlayan tüm x gerçel sayılarının toplamı kaçtır?

28. $4(x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2) - (x^2 + y^2 + z^2)^2$ çok değişkenli polinomunu birinci dereceden çarpanlara ayırınız.

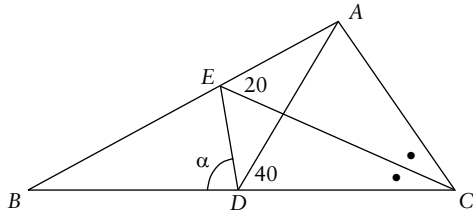


29. $ABCD$ bir yamuk ($AB \parallel CD$), köşegenlerin kesiştiği nokta E , $A(ABCD) = 25 \text{ br}^2$ ve $A(AEB) - A(DEC) = 5 \text{ br}^2$ ise $A(BEC)$ kaç birim karedir?

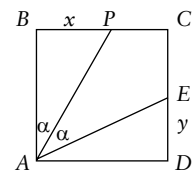
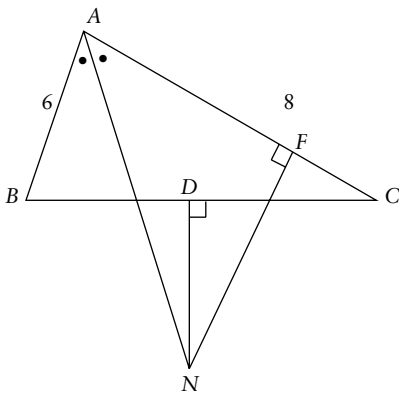


30. Yandaki şekilde ABC bir eşkenar üçgen, $m(APB) = 150^\circ$, $|AP| = 2\sqrt{3} \text{ br.}$, $|BP| = 2 \text{ br.}$ Bu verilere göre $|PC|$ kaç birimdir?

31. Aşağıdaki şekilde ABC üçgeninde $[CE]$ açıortay, $m(ADC) = 40^\circ$, $m(CEA) = 20^\circ$. Bu verilere göre $m(EDB) = \alpha$ kaç derecedir?

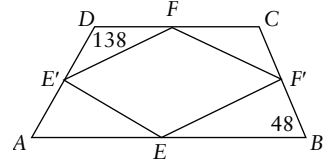


32. Aşağıdaki şekilde $|AB| = 6 \text{ cm}$, $|AC| = 8 \text{ cm}$, $|BD| = |DC|$, $[AN]$ açıortay, $[ND] \perp [BC]$, $[NF] \perp [AC]$. Bu verilere göre $|AF| = x$ kaç cm'dir?

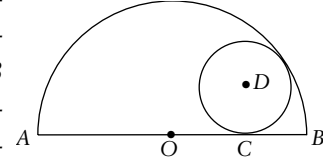


33. $ABCD$ karesinde $P \in [BC]$, $E \in [CD]$, $m(BAP) = m(PAE) = \alpha$, $|PB| = x$, $|DE| = y$. Bu verilere göre $|AE|$ 'nin x ve y cinsinden değeri kaçtır?

34. Yandaki şekilde $ABCD$ bir yamuk, $AB \parallel CD$, $m(B) = 48^\circ$, $m(D) = 138^\circ$, $|AB| = 2|DC| = 4a$, $|AE| = |EB|$, $|DF| = |FC|$. Eğer E' ile F' sırasıyla $[AD]$ ve $[BC]$ nin orta noktalarıysa $E'EF'F'$ paralelkenarının kenarlarının karelerinin toplamı kaçtır?



35. Yandaki şekilde D merkezli z yarıçaplı çember AB doğrusuna ve O merkezli $[AB]$ çaplı çembere teğettir. $|AC| = x$, $|CB| = y$ ise x , y ve z arasındaki bağıntıyı yazınız.



36. Üç basamaklı ve 5 ile kalansız bölünen bütün pozitif tek tamsayıların toplamını bulunuz.

37. x , y , z gerçel sayılar olmak üzere

$$2x^2 + 5y^2 + 10z^2 - 2xy - 4yz - 6zx + 3$$

ifadesinin alabileceği en küçük değer nedir?

38. $49/18$ kesri ondalık sayma düzeninde $(x)_6$ yazıldığında x ne olur?

39. Kenarları $\sqrt{13}$, $2\sqrt{5}$, $2\sqrt{13}$ ve $3\sqrt{5}$ birim olan bir kirişler dörtgeninin çevrel çemberinin yarıçapı kaç birimdir?

40. Yandaki şekilde, ABC eşkenar üçgen, $|AK| = x^2 - 1 \text{ br.}$, $|KB| = 2x \text{ br.}$, $|KC| = x^2 + 1 \text{ br.}$ Bu verilere göre $m(AKB)$ kaç derecedir? ♠

