Matematiğin Kısa Bir Tarihi-V

Dördüncü Dönem: Klasik Matematik Dönemi (1700-1900)

Ali Ülger* / *aulger@ku.edu.tr*

İlk yazımızdaki sınıflandırmaya göre matematiğin dördüncü dönemi, 1700'le 1900 yılları arasını kapsayan ve matematiğin altın çağı olarak bilinen klasik matematik dönemidir.

Onsekizinci Yüzyıl. Bu yüzyılda matematiğe en önemli katkıları yapanların başında Euler, Laplace, Lagrange ve d'Alembert'i sayabiliriz.

Euler

● Leonhard Euler (1707-1783) İsviçre'de, Basel'de doğmuştur. Meslek hayatının tamamı Petersburg ve Berlin'de geçmiştir. Tarihin en üretken bilim adamıdır. Kalkülüsün ortaya çıkardığı olanakları sayılar teorisinden diferansiyel denklemlere, diferansiyel denklemlerden mühendislik problemlerine uygulayan Euler, 30 bin sayfadan fazla bilimsel eser üretmiştir. Birikmiş makalelerinin yayını öldükten elli yıl sonra bile sürmüştür. Euler'le matematik evrensel boyutlara erişmiştir. Bugün bile birçok matematikçinin yaptığı matematiğin temeli büyük ölçüde Euler'in çalışmalarındadır. Euler'le birlikte analiz, matematiğin yeni bir dalı olarak sivrilmiştir; analizin büyükbabaları Eudoxus ve Arşimed ise, babası da Euler'dir.

Laplace

● Laplace (1749-1827) Fransa'da, Normandia'da doğmuştur. Gök ve yer mekaniği hakkında yazdığı 11 ciltlik eseri, mekanik hakkında yazılmış tüm zamanların en kapsamlı eserlerinden biridir. "Théorie Analytique des Probabilités" adlı kitabı olasılık teorisinin ilk önemli eseridir.

Lagrange

● Joseph-Louis Lagrange (1736-1813) İtalya'da Turin'de doğmuş, meslek hayatının büyük bölümünü Berlin ve Paris'te geçirmiştir. İtalya'da doğmasına rağmen Fransız matematikçisi olarak bilinir. Lagrange cebirsel denklemlerin çözülebilirliğine, mekaniğe, diferansiyel denklemlere ve varyasyon hesabına önemli katkılar yapmıştır. Fikirleri ve yöntemleri bugün de kullanılan bir bilim adamıdır.

d'Alembert

● Jean Le Rond d'Alembert (1717-1783) Paris'te doğmuş, Fransa'da yaşamıştır. Kısmi diferansiyel denklemleri ilk inceleyenlerden biridir. Kısmi diferansiyel denklemleri ve akışkanlar mekaniğiyle ilgili çalışmaları ve felsefi yazıları dışında, Diderot'yla birlikte editörlüğünü yaptığı ünlü 28 ciltlik "Encyclopédie"nin matematik maddelerinin hemen hemen tümünü d'Alembert yazmıştır. Bu eser Aydınlanma'nın temel eserlerinden biridir.

Bu yüzyılın matematiği çeşitli, kapsamlı ve fikir yönünden zengindir. En büyük zaafı, matematiksel kesinlik eksikliği, çalışmaların günümüzün standartlarına göre yarım yamalak, kusurlu ve eksik oluşudur. Matematiğin o zamanda erişmiş olduğu düzeyde başka türlü olabilir miydi, bilmiyorum.

Ondokuzuncu Yüzyıl. Bu yüzyılda matematiğe önemli katkıları olmuş çok sayıda matematikçi yaşamıştır. Bunların herbirini teker teker ele alıp, neler yaptıklarını anlatmak bu konuşma çerçevesinde mümkün değildir, ayrıca buna bilgim de yetmez. Bunun yerine, bu yüzyılda matematik nereden ne-

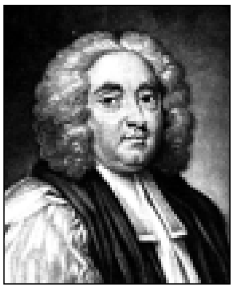
* Koç Üniversitesi Matematik Bölümü öğretim üyesi.

reye geldi sorusuna cevap vermeye çalışacağım.

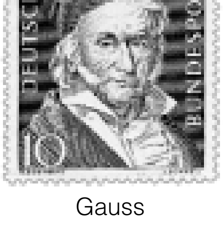
1800'lerin başında matematik derin bir kriz içindeydi. Bunun nedeni, Fermat'nın 1636'da verdiği türevin tanımında ve türevin işe karıştığı birçok yerde, ne olduğu pek iyi bilinmeyen, anlaşılamayan sonsuz küçük (infinitesimal) kavramının kullanılması ve matematikçilerin bu kavramı çok tutarsız bir şekilde kullanmalarıydı. Bu tarihlerde henüz limit kavramının olmadığını ve türevin limitle değil, "sonsuz küçük" kavramı kullanılarak tanımlandığını burada belirtmem gerekir. Bu tutarsızlık çok eleştirilmiş, özellikle de düşünür ve din adamı George Berkeley'in (1685-1753) matematikçilerin tutarsızlığını ortaya koyduğu 40 sayfalık bir eleştiri kitabı derin etki yapmış, birçok matematikçinin meslek değiştirmesine ve matematiğe karşı tavır almasına neden olmuştur.


Robinson

Sonsuz küçük kavramı 1960'larda "nonstandard" analizin yaratıcısı ünlü mantıkçı Abraham Robinson tarafından matematikselleştirilmiştir. *dy*/*dx* terimindeki *dy* ve *dx* "sonsuz küçükleri"nin daha önce sadece sezgisel bir anlamı vardı.

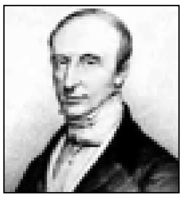

Berkeley

1800'lerin başında, fonksiyon kavramının, son yüz yıldır kullanılagelmesine karşın, henüz doğru dölek tanımlanmamış olması ve her matematikçinin fonksiyonu aynı şekilde anlamaması da başka bir anlaşmazlığın ve karmaşanın nedeniydi. 1800'lerin başında süreklilik ve fonksiyon serilerinin yakınsaklığı doğru dölek anlaşılmamıştı; henüz düzgün süreklilik ve düzgün yakınsaklık kavramları ortada yoktu. Entegral kavramı türev kavramının tersi olarak görülüyordu; türevden bağımsız entegral ve entegrallenebilirlik kavramları yoktu. 1800'lerin başında, bugün matematiğin en önemli teorilerinden biri olan kompleks fonksiyonlar teorisi henüz yoktu. Antik Yunan çağından kalma ve çok uğraşılan beş sorudan sadece biri çözülmüştü. Onu da Gauss daha yeni çözmüştü. Cebirde, beşinci dereceden polinomların köklerinin cebirsel olarak (köklü ifadelerle) çözülüp çözülemeyeceği henüz bilinmiyordu. Cebirin grup, halka, cisim, vektör uzayı gibi temel yapıları henüz ortaya çıkmamıştı. Matris ve vektör kavramları henüz yoktu. (Ama ikili ve üçlü determinantlar 1680'lerden beri biliniyor.) Matematiksel fiziğin ana teoremleri henüz ortada yoktu; diferansiyel geometri, topoloji gibi konular henüz doğmamıştı. 1800'lerin başında matematiğin durumu kısaca buydu.



Gauss

1820'lerde, A. Cauchy (1789-1855) limit kavramını bugün kullandığımız şekliyle tanımlayıp türevi, sürekliliği ve sürekli fonksiyonlar için entegrali limit kavramı yardımıyla tanımlaması, analizi, sonsuz küçük kavramından kaynaklanan krizden kurtarmış ve analizin daha sağlam temeller üzerine oturmasını sağlamıştır.


Cauchy


Weierstrass


Riemann

Cauchy'nin çalışmaları sonucu, kompleks fonksiyonlar teorisi doğmuş ve Cauchy (1789-1855), Riemann (1820-1866) ve Weierstrass (1815-1884) gibi yüzyılın büyük matematikçilerinin çalışmalarıyla matematiğin en temel teorilerinden birine dönüşmüştür.

Dirichlet'nin (1805-1859) 1830'larda fonksiyon kavramını bugün anladığımız anlamda tanımlaması matematiği başka bir kargaşadan kurtarmıştır. Bu da özellikle Fourier (1768-1830) serileri hakkında tartışmaları sona erdirecek, Fourier serileriyle ilgili çalışmaları tekrar başlatacaktır. Fourier serileri analizin gelişmesinde en önemli rolü oynayan, bir bakıma modern matematiğin doğuşuna neden olan, gerek uygulamaları gerek matematikteki merkezi konumu açısından matematiğin en önemli konularından biridir.


Dirichlet


Fourier

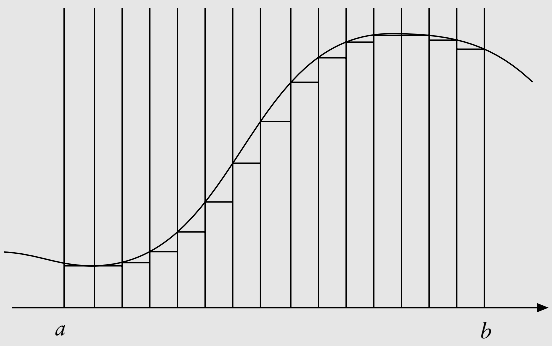
Weierstrass ve öğrencilerinin çalışmaları sayesinde, 1850'lerden sonra, düzgün süreklilik, düzgün yakınsaklık gibi analizin vazgeçilmez kavramları ortaya çıkacak, fonksiyon serilerinin yakınsaklığı daha iyi anlaşılacaktır.

F. Gauss'un (1777-1855) "Cebir'in Temel Teoremi, ya da d'Alembert Teoremi" olarak bilinen teoremi ispatlaması bu yüzyılın bir başka önemli olayıdır. Bu teorem bugün cisimler teorisinden spektral analize kadar birçok teorinin temelinde olan bir teoremdir.

Cebirin Temel Teoremi. *Karmaşık sayı katsayılı ve sabit olmayan her polinomun karmaşık sayılarda bir kökü vardır.*
Aynı teoremin eşdeğer bir ifadesi: *Katsayıları gerçel olan her polinom, en fazla ikinci dereceden polinomların çarpımıdır.*

Bütün zamanların en derin bilim adamlarından biri olarak kabul edilen Gauss'un sayılar teorisi, diferansiyel geometri, matematiksel fizik ve astronomiye katkıları bu yüzyılın en önemli çalışmaları arasındadır.

Bu yüzyılın ve bütün zamanların en önemli matematikçilerinden biri olan Riemann, kısa yaşamında, daha sonra herbiri büyük bir teori olacak bir düzine konuyu başlatmış ya da onlara derin katkılar yapmış, matematiğe kavramsal bir bakış ve yaklaşım getirmiştir. Bunlardan birkaçı: Riemann entegrali ve entegrallenebilirlik kavramı, Riemann yüzeyleri, Riemann geometrisi, diferansiyel geometri, sayılar teorisi (Riemann hipotezi), kompleks analiz (Riemann yüzeyleri, Cauchy-Riemann denklemleri), cebirsel geometri, matematiksel fizik ve daha sonraları topoloji ismini alacak olan analysis situs'tür.



Riemann Entegrali

Pozitif bir f fonksiyonuyla x ekseni arasında kalan alanı yukarıdaki gibi fonksiyonun altına girecek şekilde dikdörtgenlerle kaplayalım. Aynı şeyi fonksiyonun üstünden de yapalım. Eğer alttaki dikdörtgenlerin alanlarının üstsınırı, üstteki dikdörtgenlerin alanlarının altsınırına eşitse, o zaman f fonksiyonuna **entegrallenir** denir ve f'nin a ile b arasındaki kalan alanı eşit olan bu sayılardan biri olarak tanımlanır.

Yine bu yüzyılda, yukarıda sözü edilen, Antik Yunan çağından kalma beş sorunun beşi de çözülmüştür. Birinci ve üçüncü soruların mümkün olmadığı bir Fransız matematikçisi olan Wentzel tarafından 1837'de kanıtlandı. İkinci sorunun mümkün olmadığı, Lindemann'ın 1882 de π sayısının transandantal (aşkın) bir sayı olduğunun ispatından sonra anlaşıldı. Dördüncü soru, yukarıda da söylendiği gibi Gauss tarafından 1796'da ($p = 17$) için ve 1801'de de diğer p'ler için tam olarak çözüldü.

Lindemann

Teorem (Lindeman). π *sayısı 0 olmayan bir polinomun kökü değildir, yani aşkın bir sayıdır.*

Teorem. p bir asal sayı olsun. Verilen bir dairenin içine bir düzgün p-genin çizilebilmesi için gerek ve yeter koşul p asalının

$$2^{2^k}+1$$

şeklinde olmasıdır.

$k = 0$ için $p = 3$'tür, $k = 1$ için $p = 5$ ve $k = 2$ için $p = 17$'dir.

Bir dairenin içine düzgün bir beşgenin çizilebileceğini Öklid biliyordu; 7-genin çizilemeyeceğini Arşimed biliyordu. Arşimed'den 1800'lere kadar geçen 2 bin yılda bu soruda hiçbir ilerleme sağlanmamıştı; bu sorunun çözümü için Gauss'un dehası gerekiyordu.

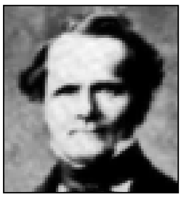
Öklid'in 5. postulatına gelince, bu sorunun çözümü için insanların, "mantıki tutarlılık" ile "fiziki olurluluğun" aynı şey olmadığını anlamaları gerekiyordu. 5. postalatın yerine onun zıtları olan postulatlar koyarak, Öklid geomet-

Lobachevski


Bolyai

risi kadar tutarlı, iki yeni geometri oluşturulabileceği Lobachevski (1792-1856), Bolyai (1802-1860) ve Riemann tarafından gösterildi.

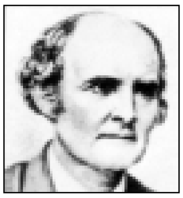
Kummer (1810-1893) ve öğrencilerinin Fermat'nın büyük teoremini ispatlamak için verdikleri uğraş sonucu halka teorisi ve idealler teorisi; R. Dedekind (1831-1916) gerçel sayıların soyut bir tanımını vermek için yaptığı çalışmalar sonucu, cisim teorisi; Cayley (1821-1895) ve Sylvester'in (1814-1897) çok sayıda doğrusal denklemi tek bir denklem olarak göstermek ve çözmek

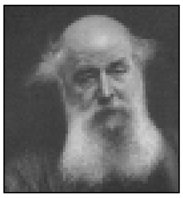

Kummer


Çok genç ölen iki deha: Niels Henrik Abel (1802-1829) ve Evariste Galois (1811-1832)


R. Dedekind

için yaptıkları çalışmalar sonucu matris cebiri; ve Grassman'ın (1809-1877) üç boyuttan çok boyuta geçme çabaları sonucunda da vektör uzayları doğdu. Bu kavramlar matematiğe "structuralist" yani yapısal yaklaşımı ve bakış açısını getirecektir.


Cayley


Sylvester


Grassman

Bu 1700-1900 arası dönemi, matematikte büyük ilerlemelerin olduğu, çok sayıda yeni teorinin doğduğu, yapısal değişikliklerin olduğu, kanıtlarda kesinliğin önplana çıktığı, kavramsal bakış açısının hesapsal yaklaşımın önüne geçtiği bir dönem, kısacası matematiğin altın çağı olarak özetleyebiliriz.

Altın çağ bir krizle kapandı. Bunu da bir sonraki yazımızda ele alırız. ♠

Öklid'in geometri postülaları:

1. İki noktadan bir doğru geçer.
2. Bir doğru parçası sonsuza kadar bir doğru olarak uzatılabilir.
3. Bir nokta ve bir doğru parçası verilmişse, merkezi bu nokta olan ve çapı verilen doğru parçasının uzunluğunda olan bir çember çizilebilir.
4. Bir dik açı bir başka dik açının üstüne mesafeler değişmeden taşınabilir.
5. Eğer iki doğru üçüncü bir doğruyu kesiyorsa ve kesilen doğrunun bir tarafında bu sayede elde edilen iki iç açının toplamı dik açının iki katından (yani 180 dereceden) küçükse, o zaman üçüncü doğruyu kesen iki doğru yeterince uzatılırsa kesilen doğrunun aynı tarafında kesişirler.